Appuntim - Microeconomia - a.a.2017/2018

Microeconomia (Università degli Studi di Pavia)

Microeconomia

Corso AK – Prof. Rampa – A.A. 2014/15

Luca Biglieri

1. Principi, Scelte e Preferenze

1.1 La Microeconomia e le Scelte

La **Microeconomia** ha come oggetto di studio i comportamenti individuali e le scelte economiche intenzionali ad essi collegate; si differenzia quindi dalla Macroeconomia, che si occupa dello studio di aggregati del sistema economico. Un altro aspetto fondamentale della Microeconomia sarà lo studio della compatibilità reciproca delle scelte individuali, ovvero degli equilibri di diverso tipo (ad esempio l'equilibrio di mercato, in cui la domanda uguaglia l'offerta, o l'equilibrio di Nash), e il loro ordinamento e giudizio, per arrivare a un concetto di Efficienza, o "studio di benessere", e alla pianificazione di politiche economiche (ad esempio tasse sui prodotti, regolamento dei prezzi e della concorrenza), attuando le quali si può ottenere un miglioramento degli equilibri.

Puntando l'attenzione sul concetto di **scelta intenzionale**, esso potrà essere applicato in presenza di alcuni fattori fondamentali:

- Un insieme di scelta non vuoto e con più di un elemento;
- La valutazione delle conseguenze individuali di ogni possibile scelta che fa parte dell'insieme, da misurare, ad esempio, in termini di benessere o di profitto. Tale valutazione deve rendere possibile un ordinamento della scelte, così da poter definire delle preferenze;
- I vincoli a cui le scelte sono sottoposte, come la disponibilità di moneta o il controllo dei costi;
- L'informazione detenuta dal decisore e le varie opinioni che possono orientare la scelta. Va notato che un decisore potrà fare una scelta senza avere alcuna informazione certa su cosa accadrà (ad esempio, in una lotteria); inoltre, in alcuni casi, ci sarà un decisore che avrà più informazioni degli altri (informazione asimmetrica).

1.2 Costi e Benefici delle Scelte

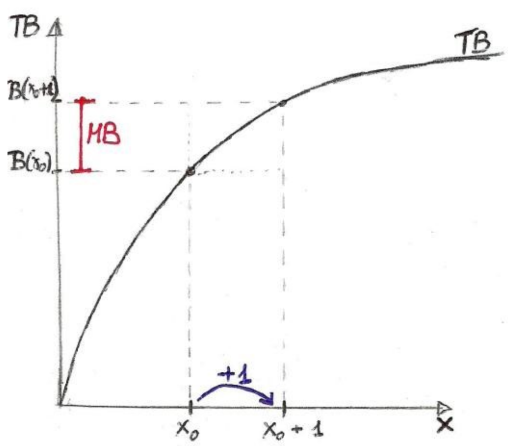
1.2.1 Surplus e valori marginali

Supponendo che una **scelta**, denominata x, comporti dei **benefici** $B(x)$ e dei **costi** $C(x)$, e supponendo che queste due funzioni siano misurabili con una stessa unità di misura (ad esempio la moneta), si potrà trovare: $S(x) = B(x) - C(x)$

$S(x)$ viene definito **Surplus** della scelta x.

Risulta logico, quindi, che un soggetto sceglierà di compiere tale scelta nel caso in cui $B(x) > C(x)$: è come dire che compirà x se $S(x) > 0$.

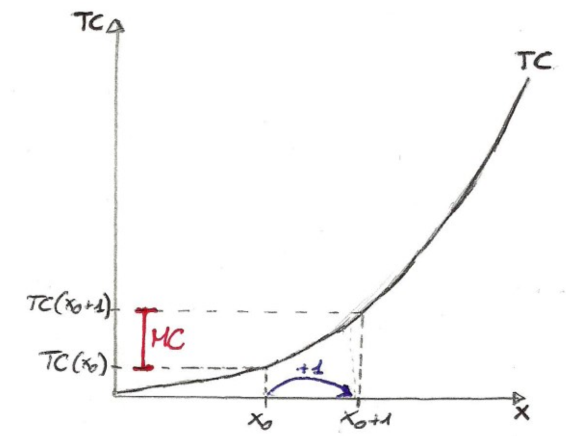
Oltre al "se" compirà x, è necessario definire anche "quanto" il soggetto deciderà di compiere tale scelta, supponendo che $x \in [0, \bar{x}]$, con $\bar{x}$ che rappresenta il massimo livello di x.



Supponendo di aver già compiuto x ad un livello x_0, avendo quindi ottenuto $B(x_0)$ e $C(x_0)$, è ragionevole pensare che $S(x_0) > 0$. A questo punto, converrà aumentare x di una ulteriore unità, ottenendo quindi $x_0 + 1$, se tale aumento fa aumentare i benefici più di quanto faccia aumentare i costi. In altre parole, conviene aumentare x se il **Beneficio Marginale** (aumento del beneficio) è maggiore del **Costo Marginale** (aumento del costo).

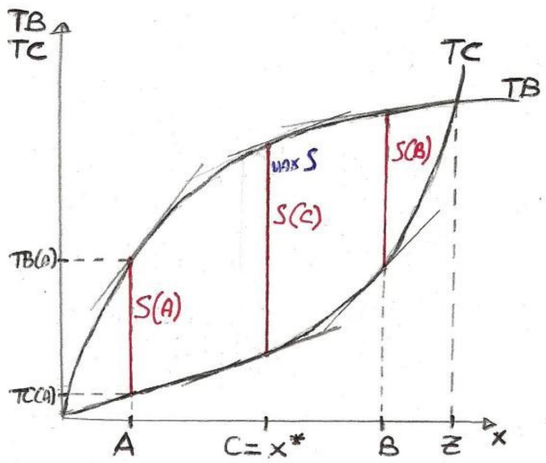
Esaminando il grafico del Beneficio Totale (TB, Total Benefit), si nota che esso è sempre crescente, per quanto la crescita rallenti sempre più all'aumentare di x.

Il Beneficio Marginale sarà dato da $MB = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta TB}{\Delta x} = \frac{dTB}{dx}$: si tratta della derivata del beneficio totale rispetto a x, ovvero l'angolo della tangente alla curva in ogni suo punto.



Lo stesso ragionamento vale applicato al grafico del Costo Totale (TC, Total Cost): in questo caso, si avrà che $MC = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta TC}{\Delta x} = \frac{dTC}{dx}$.

1.2.2 Individuazione della Scelta Ottima



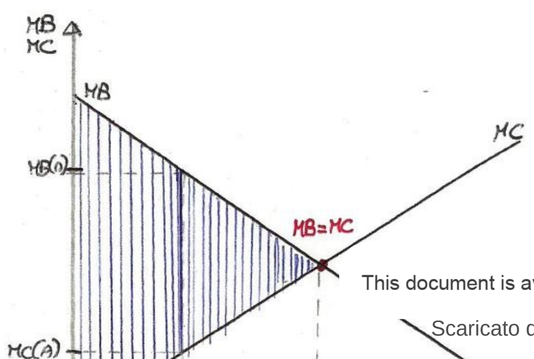
Unendo i grafici di TB e TC in un solo diagramma cartesiano, sarà possibile dare un'interpretazione grafica del Surplus: dal momento che $S(x) = B(x) - C(x)$, esso sarà rappresentato dalla differenza tra le due curve. In particolare, si noterà che, a sinistra del punto in cui le due curve si intersecano, esso avrà valore positivo, mentre a destra di esso sarà negativo.

Per individuare il punto di massimo surplus, denominato **Scelta Ottima**, si dovrà quindi considerare il punto in cui c'è la massima distanza tra le due curve. Studiando graficamente il diagramma, si nota che, nel punto A, le tangenti alle due curve si divaricano, lasciando intuire un aumento del surplus verso destra; viceversa, considerando il punto B, le tangenti indicano un aumento del surplus verso sinistra.

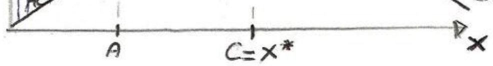
Si potrà quindi concludere che, per avere la scelta ottima x^*, sarà necessario che $\boldsymbol{MB = MC}$, ovvero che le rette tangenti alle due curve nel punto di ascissa x^* siano parallele.

Questa conclusione può essere ottenuta anche ragionando matematicamente: se si vuole ottenere $MAX_x\ S(x)$, allora si dovrà ottenere $MAX_x\ [B(x) - C(x)]$. Pertanto, sarà necessario avere un punto di massimo nel Surplus: $\frac{dS}{dx} = 0 <=> \frac{dB(x)}{dx} - \frac{dC(x)}{dx} = 0$.

Questo equivale a dire che $\frac{dB(x)}{dx} = \frac{dC(x)}{dx} <=> MB = MC$.



È possibile arrivare a una definizione della scelta ottima anche esaminando i grafici di Benefici e Costi Marginali. Dal momento che rappresentano le derivate di TB e TC, questi due valori saranno



raffigurati come rette di inclinazioni opposte: MB decresce all'aumentare di x, mentre MC andrà a crescere spostandosi verso destra.
In questo caso, il Surplus sarà rappresentato dall'area compresa tra le due rette; va però considerato che, dall'origine fino all'intersezione delle due rette, il Surplus sarà positivo, mentre, a destra dell'intersezione, andrà considerato come Surplus negativo.
Risulta quindi logico concludere che non conviene proseguire oltre C, ovvero il punto in cui le due rette si intersecano: geometricamente, quindi, la scelta ottima sarà lo stesso C, ovvero il punto in cui $MB = MC$.

1.3 Scelta del Consumatore e Vincolo di Bilancio

1.3.1 Vincolo di Bilancio: Definizione

In campo microeconomico, si definisce **Consumatore** un soggetto che trae soddisfazione dal consumo dei beni, e non dal guadagno.
L'insieme di scelta di un consumatore sarà quindi costituito da combinazioni o panieri di diversi beni in diverse quantità (ovviamente sempre positive o nulle). Matematicamente, quindi, ciascuna combinazione può essere vista come un vettore a n dimensioni: nel caso in cui ci sia una scelta tra due beni denominati x e y, si potrà avere una rappresentazione grafica delle combinazioni tramite un classico piano cartesiano, in cui ogni punto, compresi gli assi, simboleggerà una possibilità di scelta.

Un consumatore è soggetto a **vincoli** di vario tipo; in particolare, il **Vincolo di Bilancio** (VDB) rappresenta il denaro spendibile dal consumatore. Senza tale vincolo, un consumatore tenderebbe ad aumentare infinitamente le quantità di beni consumati, aumentando anche il benessere derivante dal consumo.
Il Vincolo di Bilancio, dunque, fa sì che il consumatore non possa spendere più del proprio reddito, ovvero più della quantità di denaro disponibile.

Definendo M il reddito del consumatore, X e Y le quantità dei beni, p_X e p_Y i prezzi unitari dei due beni, si avrà quindi la seguente relazione che rappresenta il VDB:

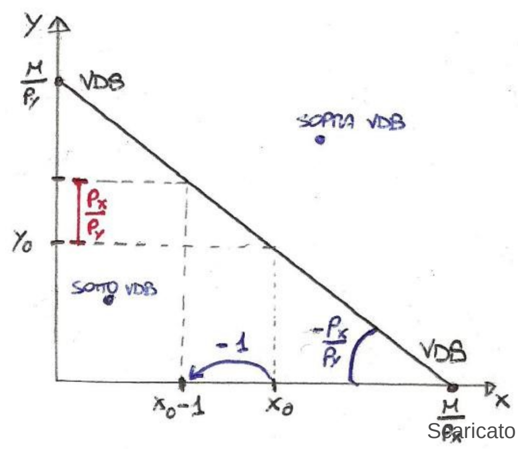
$$\text{Spesa} = p_X \bullet X + p_Y \bullet Y \leq M$$

Inoltre, si nota che, in un problema semplice, non ha senso avanzare neanche un'unità di M. Converrà quindi scrivere il Vincolo di Bilancio come:

$$\text{Spesa} = \boldsymbol{p_X \bullet X + p_Y \bullet Y = M}$$

Tale relazione sarà valida se vale l'ipotesi per cui p_X e p_Y restano fissi al variare di X e Y: questo avviene in un'Ipotesi di Concorrenza Perfetta, oppure se il consumatore è piccolo e non influisce sulla totalità del mercato con le sue scelte (ovvero se è un Price-Taker).

1.3.2 Analisi Grafica del Vincolo di Bilancio



Per trovare una rappresentazione grafica del Vincolo di Bilancio in un piano cartesiano, si dovrà risolvere la relazione in Y:

$$M = p_X \bullet X + p_Y \bullet Y \;\; => \;\; p_Y \bullet Y = M - p_X \bullet X \;\; => \;\; \boldsymbol{Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \bullet X}$$

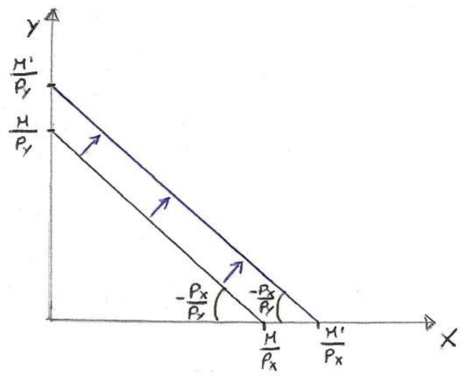
Il risultato sarà quindi una retta decrescente, dal momento che X, p_X e p_Y sono tutti valori positivi. Tale retta rappresenterà tutte le possibilità di scelta: i punti che stanno sopra di essa non sono attuabili perché non rispettano il Vincolo, mentre i punti sottostanti rappresentano combinazioni per le quali non viene speso tutto M.
Inoltre, il coefficiente angolare della retta sarà dato dal rapporto tra i prezzi, preso con segno negativo.
Sempre esaminando il grafico, è possibile dare un significato economico al coefficiente angolare: partendo dalla combinazione (X_0, Y_0) e supponendo di voler rinunciare a un'unità di X, rivendendola sul mercato, ci si troverebbe ad incassare p_X, ovvero il prezzo unitario di mercato di tale bene. Con tale somma, sarà poi possibile comprare $\frac{p_X}{p_Y}$ unità del bene Y: il rapporto tra i prezzi viene definito **Rapporto di Scambio** e rappresenta la quantità di Y che è possibile acquistare con p_X.

La retta del Vincolo di Bilancio, dunque, presenta 3 caratteristiche fondamentali:

- Intercetta verticale $\frac{M}{p_Y}$;
- Intercetta orizzontale $\frac{M}{p_X}$;
- Inclinazione $\frac{p_X}{p_Y}$.

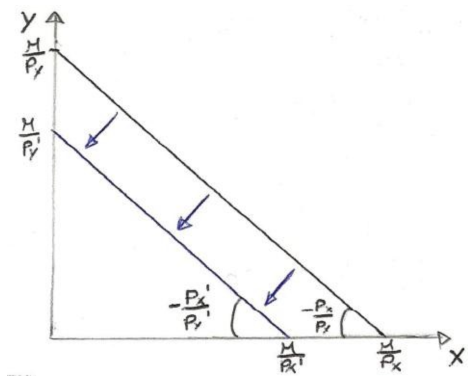
Basandosi su questi valori di riferimento, si possono studiare vari casi dipendenti dalle variazioni dei singoli valori. In particolare:

1. $M \uparrow$, p_X e p_Y costanti.



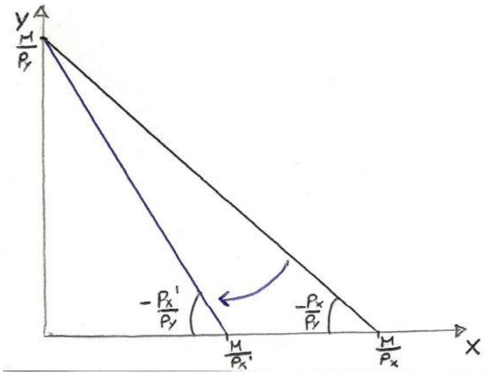
Aumentano i valori delle intercette, lasciando invariata l'inclinazione della retta: si avrà una retta spostata verso destra rispetto alla precedente, parallela ad essa.
Viceversa, in presenza di una diminuzione di M, si otterrà una retta sempre parallela ma spostata verso sinistra.

2. M costante, $p_X' = p_X(1 + r)$, $p_Y' = p_Y(1 + r)$.



I prezzi aumentano in modo proporzionale, lasciando quindi invariata l'inclinazione della retta; cambiano solamente i valori delle intercette.

3. M e p_Y costanti, $p_X \uparrow$.



Cambiano inclinazione e intercetta orizzontale, mentre la verticale rimane costante perché non ha subito modifiche. Analogamente, si possono ricavare le trasformazioni nel caso di un aumento di p_Y.

1.4 Preferenze del Consumatore

1.4.1 Curve di Indifferenza

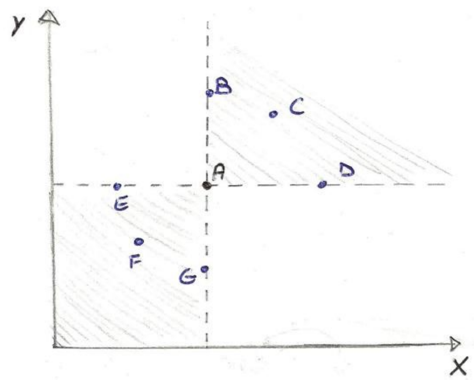
Per effettuare uno studio delle preferenze di un consumatore, occorre stabilire alcune ipotesi.

L'**Ipotesi di Non Sazietà** sostiene che un aumento del consumo causa sempre un aumento del beneficio, per quanto piccolo tale beneficio possa essere; è un concetto che si rifà all'andamento sempre crescente dei grafici di TB e MB.

Vale anche l'**Ipotesi di Transitività**: se una combinazione A è preferita a B e B è a sua volta preferita a C, ne risulta logicamente che A sarà preferita a C. Il concetto di "preferito" si indica con il segno $\succ$: si dirà quindi che, se $A \succ B$, $B \succ C => A \succ C$.

Tale ipotesi vale anche nel caso dell'<u>indifferenza</u>, indicata con il segno $\approx$: se $A \approx B$, $B \approx C => A \approx C$.

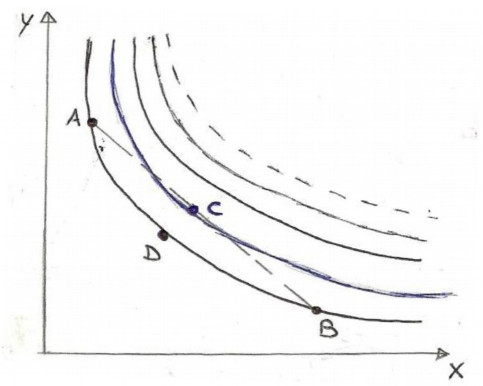
Definite tali ipotesi di partenza, sarà possibile rappresentare graficamente delle preferenze, utilizzando una **Curva di Indifferenza**: trovata sul grafico una combinazione A, la Curva di Indifferenza sarà l'insieme di tutte le combinazioni (ovvero di tutti i punti del grafico) che sono $\approx A$.



Per costruire tale curva a partire da A, si possono tracciare due rette che delimitino 4 quadranti con centro A. Ipotizzando di prendere in considerazione i punti B, C e D, si nota che essi, per l'Ipotesi di Non Sazietà, risultano combinazioni migliori di A: non si potrà quindi dire che questi punti siano indifferenti ad A, dato che sono preferibili a tale punto.

Per un analogo motivo, si dovranno scartare anche i punti E, F e G, dal momento che risulta chiaro che A sarà preferibile a ciascuno di loro.

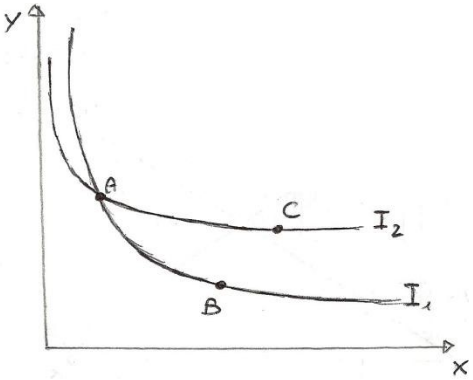
Si può quindi concludere che, <u>per l'Ipotesi di Non Sazietà, la Curva di Indifferenza non può essere crescente</u>, ma dovrà comprendere solamente punti che si trovano in alto e a sinistra di A, oppure in basso e a destra di esso.



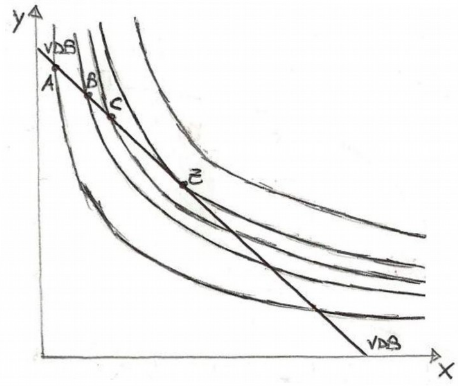
Esaminando quest'ultimo grafico, si nota che occorre aggiungere un'altra ipotesi riguardo alla costruzione delle Curve di Indifferenza: la **Convessità**. Economicamente, si può risalire al perché una Curva di Indifferenza debba essere convessa prendendo in considerazione i punti A, B, C e D: dalla figura, infatti, si nota che $A \approx B \approx D$ e che $C \succ D$; pertanto, sarà vero anche che $C \succ A$, $C \succ B$.

Il consumatore, dunque, preferisce delle combinazioni intermedie rispetto ad estremi tra loro indifferenti: C, infatti, è un punto del segmento che congiunge questi due estremi; ma questo è il significato geometrico di una curva convessa.

Facendo sempre riferimento all'ultimo grafico e puntando l'attenzione su C, si nota che sarà sempre possibile trovare una Curva di Indifferenza di C e fare un ragionamento analogo al precedente: spostandosi sempre più in alto e a destra, migliorerà la condizione del consumatore e sarà possibile trovare curve di indifferenza migliori di quella che passa per C.

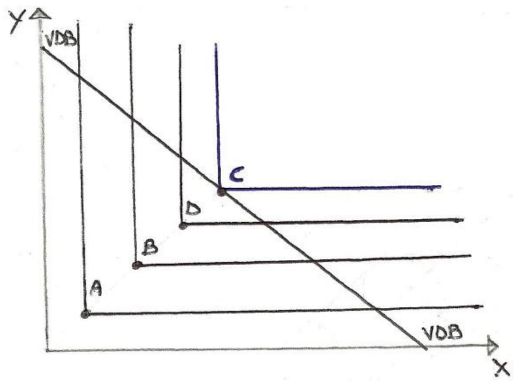


Richiamando l'Ipotesi di Transitività, è possibile sostenere che due Curve di Indifferenza non possono mai intersecarsi. Se ciò avvenisse, infatti, significherebbe (facendo riferimento al grafico) che $A \approx B$ e che $A \approx C$; allora, per la Transitività, dovrebbe essere vero che $B \approx C$, ma ciò è assurdo perché risulta invece che $C \succ B$.
Risulta quindi logica e vera l'affermazione fatta in precedente: due Curve di Indifferenza non possono mai intersecarsi.

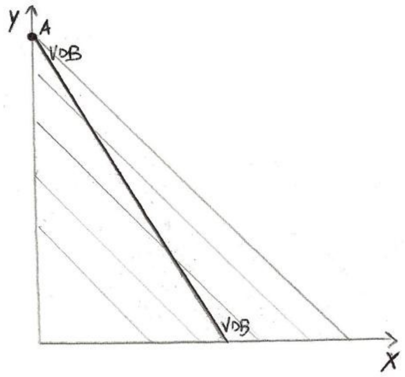


Il grafico delle Curve di Indifferenza può risultare utile anche per la ricerca della **Scelta Ottima** del consumatore, tenendo conto del Vincolo di Bilancio. Rappresentando anche il VDB nel diagramma ed esaminando il punto A, si nota che esso rispetta il Vincolo, ma non è la scelta migliore: B, infatti, rispetta comunque il Vincolo, ma si trova su una Curva migliore, pertanto si avrà che $B \succ A$. A sua volta, però, si avrà che $C \succ B$ e così via, fino ad arrivare al punto Z: in questo punto, la Curva di Indifferenza è tangente alla retta del VDB e sarà impossibile trovare una scelta migliore che rispetti il Vincolo.
Generalizzando, quindi, si avrà che la Scelta Ottima è rappresentata dal punto in cui la Curva di Indifferenza è tangente alla retta del Vincolo di Bilancio.

Partendo dal caso standard di Curva di Indifferenza e applicando alcune modifiche, è possibile arrivare a 2 casi estremi di curvatura.

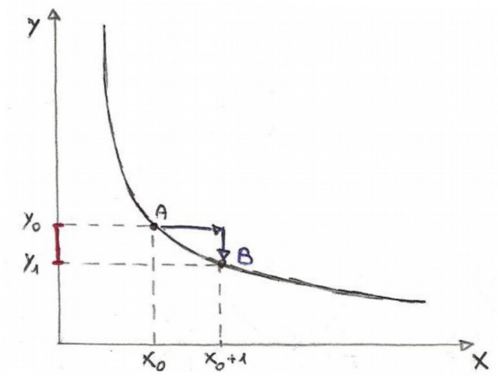


Nel primo caso, la curvatura è stata forzata fino a farle assumere una forma di angolo retto. In questo caso, fissato il punto A al vertice dell'angolo, si nota che tutti i punti appartenenti al lato orizzontale dell'angolo sono $\approx A$, così come anche tutti i punti che appartengono al lato verticale.
In questo caso, si parla di **Perfetti Complementi**, ovvero di beni che risultano utili solamente se un aumento della quantità dell'uno è accompagnato da un pari aumento della quantità dell'altro: si pensi, ad esempio, a un caso in cui i due beni sono "scarpe destre" e "scarpe sinistre". Nel caso in cui dovesse aumentare la quantità di uno solo dei due beni, il Beneficio resta identico (graficamente, è il caso in cui ci si muove su uno dei due lati dell'angolo). Inoltre, se esiste un Vincolo di Bilancio, la scelta migliore sarà la combinazione C: vale sempre la regola generale della tangenza tra le due curve (anche se qui siamo in presenza di un punto angoloso).



Il secondo caso, opposto al precedente, è rappresentato dalla Curva di Indifferenza Lineare, che identifica due beni **Perfetti Sostituti**, ovvero due beni che, per il consumatore, risultano del tutto equivalenti e identici nel soddisfacimento del bisogno (il caso classico è rappresentato dal burro e dalla margarina).
In questo caso, dunque, le Curve di Indifferenza saranno rappresentate da rette del tipo $y = -ax$: un aumento di una unità di uno qualsiasi dei due beni compensa perfettamente una diminuzione di una unità nella quantità dell'altro bene.
La Scelta Ottima, in questo caso, sarà rappresentata dalla più alta Curva di Indifferenza che abbia un punto di contatto con il VDB e sarà collocata su uno dei due assi.

1.4.2 Saggio Marginale di Sostituzione e Funzione di Utilità



Data una generica Curva di Indifferenza I e partendo dalla combinazione (x_0, y_0), si supponga di voler acquisire un'unità in più del bene X; occorrerà quindi spostarsi nel punto $(x_0 + 1,\ y_1)$ e risulterà che $y_0 - y_1$ è la quantità del bene Y che si è disposti a cedere, rimanendo indifferenti, all'aumentare di un'unità di X.
Si può quindi dedurre che l'unità in più del bene X vale $(y_0 - y_1)$ unità di Y. Tale valore è riferito al beneficio che il bene può arrecare, misurato in quantità del bene stesso, e risulta ovviamente soggettivo per il consumatore.
Pertanto, si può riformulare tale concetto, concludendo che l'inclinazione di I in ogni suo punto è il **Beneficio Marginale** di X, misurato in quantità (e non in moneta).

Osservazione. *Esaminando il Vincolo di Bilancio, si può interpretare il rapporto* $-\frac{p_X}{p_Y}$ *come la quantità di* Y *che si deve cedere per ottenere un'unità di* X*: in pratica, è il* ***Costo Marginale*** *di* X.
Unendo questa osservazione a quanto detto nel paragrafo precedente, ci si può ricondurre alla Scelta Ottima, rappresentata dal punto in cui $MB = MC$.

Tornando alla precedente formulazione del Beneficio Marginale MB_X, si può dire che esso coincide con il concetto di **Saggio Marginale di Sostituzione** (MRS, *Marginal Rate of Substitution*): esso, infatti, rappresenta la quantità di Y che un soggetto è disposto a cedere per avere un'unità di X in più.
Graficamente, rappresenta l'inclinazione della Curva di Indifferenza in ogni suo punto, presa in <u>valore assoluto</u>: risulterà quindi molto alto a sinistra, dove il consumatore ha meno disponibilità di X e, pertanto, ritiene che questo bene abbia più valore, mentre, viceversa, il suo valore diminuirà all'aumentare di X.

Dal punto di vista matematico, risulta necessario introdurre un altro concetto, quello di **Funzione di Utilità**, ovvero di una funzione che associ un valore numerico a ogni combinazione di X e Y, rendendo possibile una misura delle preferenze. Si dice quindi:

$$U(X, Y):\ (X, Y) \succ (X', Y') \iff U(X, Y) > U(X', Y')$$

Inoltre, nel caso dell'indifferenza tra le due combinazioni, si avrà:

$$(X, Y) \approx (X', Y') \iff U(X, Y) = U(X', Y')$$

Per l'<u>Ipotesi di Non Sazietà</u>, la funzione, che graficamente sarà rappresentata da una superficie, in quanto funzione a 2 variabili, partirà dall'origine degli assi e sarà sempre crescente.
Inoltre, sarà possibile definirla meglio utilizzando delle <u>Curve di Livello</u> del tipo $\{(X, Y): U(X, Y) = \bar{U}\}$, con $\bar{U}$ costante. Ogni livello, quindi, sarà la rappresentazione di una **Curva di Indifferenza**.

Esempio. $U(X, Y) = X^\alpha \cdot Y^\beta$, *funzione di Cobb-Douglas. Per l'Ipotesi di Non Sazietà, si avrà* $\alpha, \beta > 0$.
Una Curva di Livello sarà $\bar{U} = X^\alpha \cdot Y^\beta \Rightarrow Y^\beta = \frac{\bar{U}}{X^\alpha} = \bar{U} \cdot X^{-\alpha} \Rightarrow Y = \bar{U}^{\frac{1}{\beta}} \cdot X^{-\frac{\alpha}{\beta}}$.

Si nota come $\bar{U}^{\frac{1}{\beta}}$ *sia una costante, mentre l'esponente negativo dato a* X *fa sì che, se tale bene aumenta, diminuirà la quantità di* Y.

1.4.3 Utilità Marginale

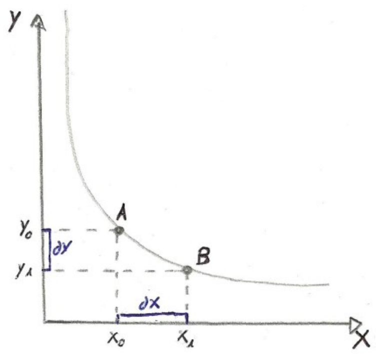
Tornando ad una generica $U(X, Y) = U$, sarà possibile calcolare la derivata di tale funzione; si parlerà di derivata parziale, dal momento che $U(X, Y)$ è una funzione a due variabili.

Si otterranno dunque $\frac{dU}{dX}$ e $\frac{dU}{dY}$, che vengono definite **Utilità Marginali** di X e Y (rappresentate come MU_X e MU_Y):

l'Utilità Marginale rappresenta l'aumento di Utilità che consegue a un aumento di un'unità nella quantità del bene.

Genericamente parlando, ipotizzando di avere una funzione $w = f(v)$, si avrà che $\Delta w = \frac{dw}{dv} \cdot \Delta v$, con $\frac{dw}{dv}$ che rappresenta una costante numerica.

Questa regola matematica generale si applica anche nel caso di $U(X, Y) = U$: la migliore stima della variazione di Utilità, infatti, sarà data da $dU = \frac{dU}{dX} \cdot dX + \frac{dU}{dY} \cdot dY$, per il Teorema del Differenziale Totale.



Si può quindi dire che $\boldsymbol{dU = MU_X \cdot dX + MU_Y \cdot dY}$.

Per dare un'interpretazione grafica al concetto di Utilità Marginale, si supponga di spostarsi dal punto A al punto B, che fanno parte della medesima Curva di Indifferenza. In questo modo, si troveranno i valori di dX e dY.

Dal momento che ci si sposta sempre sulla stessa Curva di Indifferenza, l'Utilità resterà costante: si può quindi dire che $dU = 0$.

Riprendendo la regola vista in precedenza, si avrà $dU = 0 = MU_X \cdot dX + MU_Y \cdot dY \; =>$

$MU_Y \cdot dY = -MU_X \cdot dX \; => \boldsymbol{\frac{dY}{dX} = -\frac{MU_X}{MU_Y}}$, dove $\frac{dY}{dX}$ è l'inclinazione della Curva di Indifferenza.

Studiando i segni, si nota come le due Utilità Marginali siano sempre positive, per l'Ipotesi di Non Sazietà; con il segno negativo, dunque, si deduce che l'inclinazione della Curva sarà sempre negativa.

Il concetto di inclinazione della Curva di Indifferenza, però, è familiare: studiando il Saggio Marginale di Sostituzione, si era trovato che anche MRS indica l'inclinazione in valore assoluto della Curva in ogni suo punto.

Sarà quindi ragionevole scrivere che $\boldsymbol{MRS = \frac{MU_X}{MU_Y}}$: il Saggio Marginale di Sostituzione equivale al rapporto tra le Utilità Marginali dei due beni.

Partendo da quest'ultima affermazione, sarà possibile trovare una nuova formulazione al principio $MB = MC$: sostituendo a sinistra dell'uguale MB con MRS (o con $\frac{MU_X}{MU_Y}$) e, a destra, sostituendo MC con $\frac{p_X}{p_Y}$, si avrà che la **Scelta Ottima** del consumatore si troverà nel punto in cui $\boldsymbol{MRS = \frac{p_X}{p_Y}}$.

In altre parole, si ha Scelta Ottima quando l'inclinazione della Curva di Indifferenza equivale all'inclinazione della retta del Vincolo di Bilancio: si tratta della condizione di tangenza delle due curve.

Esempio. *$U(X, Y) = X^\alpha \cdot Y^\beta$, funzione di Cobb-Douglas.*
Calcolando le Utilità Marginali, si trova che:

- $MU_X = \frac{dU}{dX} = \alpha \cdot X^{\alpha-1} \cdot Y^{\beta}$;
- $MU_Y = \frac{dU}{dY} = \beta \cdot Y^{\beta-1} \cdot X^{\alpha}$.

Quindi, si ricava che $MRS = \frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{\alpha X^{\alpha-1} \cdot Y^{\beta}}{\beta Y^{\beta-1} \cdot X^{\alpha}} = \frac{\frac{\alpha}{X}}{\frac{\beta}{Y}} = \boldsymbol{\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{Y}{X}}$

Sempre riguardo alla Cobb-Douglas, sarà possibile trovare la Scelta Ottima, ovvero quella che soddisfa queste due richieste:

$$\begin{cases} Inclinazione\ VDB = Inclinazione\ I \\ (X^*, Y^*) \in VDB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} MRS = \frac{p_X}{p_Y} \\ X \cdot p_X + Y \cdot p_Y = M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{Y}{X} = \frac{p_X}{p_Y} \\ X \cdot p_X + Y \cdot p_Y = M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{p_X}{p_Y} \cdot X = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\beta}{\alpha} \cdot (M - p_X \cdot X) = X \cdot p_X \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \end{cases}$$

Si risolve poi per sostituzione:

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} \cdot M - \frac{\alpha}{\beta} \cdot X \cdot p_X = X \cdot p_X \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} \cdot M = X \cdot p_X \left(\frac{\alpha}{\beta} + 1\right) \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} \cdot M = X \cdot p_X \left(\frac{\alpha+\beta}{\beta}\right) \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} X = \frac{\alpha}{\beta} \cdot M \cdot \frac{\beta}{\alpha+\beta} \cdot \frac{1}{p_X} \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot M \cdot \frac{1}{p_X} \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot X \end{cases}$$

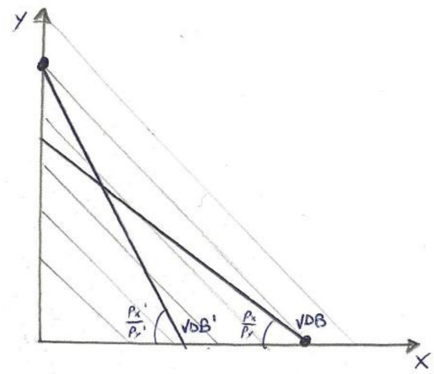
Trovata la Scelta Ottima per X*, si prosegue sempre per sostituzione:*

$$\begin{cases} X^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot M \cdot \frac{1}{p_X} \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} \cdot \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot M \cdot \frac{1}{p_X} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot M \cdot \frac{1}{p_X} \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{M}{p_Y} \cdot \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot M \cdot \frac{1}{p_X} \\ Y = \frac{M}{p_Y}\left(1 - \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{X^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot M \cdot \frac{1}{p_X}} \\ \boldsymbol{Y^* = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \cdot M \cdot \frac{1}{p_Y}} \end{cases}$$

L'ultimo sistema rappresenta la combinazione ottima per il consumatore in questo caso. Si nota come la spesa (in termini di denaro, non di quantità comprata) sia costante per entrambi i beni: essa, infatti, sarà pari a $\frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot M$ *per il primo bene e a* $\frac{\beta}{\alpha+\beta} \cdot M$ *per il secondo, entrambi valori numerici costanti.*

In questo specifico caso, si può dunque dire che la domanda di ciascun bene dipende soltanto dal prezzo del bene stesso, e non dal prezzo dell'altro bene.

1.4.4 Utilità e Perfetti Sostituti



Nel caso in cui le Curve di Indifferenza siano lineari, ovvero nel caso in cui si hanno due beni considerati **Perfetti Sostituti**, occorrerà considerare le inclinazioni delle Curve stesse e del Vincolo di Bilancio.

Infatti, nel caso in cui le Curve abbiano una pendenza maggiore rispetto al Vincolo, si avrà un MRS costante tale che $MRS > \frac{p_X}{p_Y}$ in ogni punto del grafico. La Scelta Ottima, quindi, sarà sempre rappresentata dal punto di tangenza tra il Vincolo e la Curva di Indifferenza più lontana dall'origine e, in questo caso, corrisponderà a un punto sull'asse delle X, con coordinate $(\frac{M}{p_X}, 0)$. Si può quindi dedurre che <u>quando $MRS > \frac{p_X}{p_Y}$, la scelta ottima sarà composta solamente dal bene X, per l'acquisto del quale si spenderà tutto il reddito.</u>

Nel caso opposto, in cui il Vincolo sia più inclinato rispetto alle Curve di Indifferenza, ovvero in cui $MRS < \frac{p_X}{p_Y}$, si avrà il caso opposto: si individuerà la Scelta Ottima sull'asse delle Y, sempre nel punto di tangenza tra Vincolo e Curva di Indifferenza, nel punto di coordinate $(0, \frac{M}{p_Y})$. Pertanto, <u>quando $MRS < \frac{p_X}{p_Y}$, la scelta ottima sarà composta solamente dal bene Y, per l'acquisto del quale si spenderà tutto il reddito.</u>

Va inoltre ricordato che esiste ancora un altro caso, in cui $MRS = \frac{p_X}{p_Y}$: in questa situazione, il VDB coincide con la Curva di Indifferenza e, pertanto, <u>tutti i punti appartenenti al Vincolo rappresentano una Scelta Ottima per il consumatore</u>.

Nel caso dei beni Perfetti Sostituti, la funzione di utilità sarà $\boldsymbol{U(X,Y) = aX + bY}$: si tratta dell'equazione di una Curva di Indifferenza lineare, infatti, fissato un valore $\bar{U}$, si otterrà $\bar{U} = aX + bY \Rightarrow bY = \bar{U} - aX \Rightarrow Y = \frac{\bar{U}}{b} - \frac{a}{b}X$.

Dal momento che il MRS corrisponde all'inclinazione delle Curve di Indifferenza, in questo caso assumerà un valore costante e tale per cui $MRS = \frac{a}{b}$.

Inoltre, dal momento che $MRS = \frac{MU_X}{MU_Y}$, si ha che $MU_X = a$ e $MU_Y = b$: i coefficienti numerici che moltiplicano le due variabili nella funzione di utilità corrispondono alle Utilità Marginali dei due beni.

Reinterpretando quanto detto in precedenza con la nuova definizione del MRS, si nota che, se $\frac{a}{b} > \frac{p_X}{p_Y}$, il consumatore sceglierà di acquistare soltanto il bene X e, viceversa, se $\frac{a}{b} < \frac{p_X}{p_Y}$, il consumatore utilizzerà tutto il suo reddito per

b p_Y

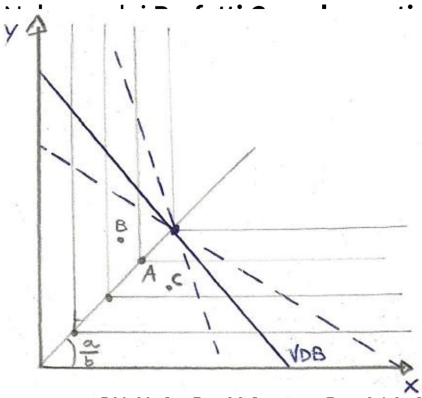
acquistare solamente il bene Y.

Nel caso in cui $\frac{a}{b} = \frac{p_X}{p_Y}$, si avrà invece una Curva di Indifferenza coincidente con il Vincolo di Bilancio, pertanto tutti i punti appartenenti al Vincolo rappresenteranno una Scelta Ottima.

La particolarità del caso dei Perfetti Sostituti è l'indifferenza del consumatore nella scelta tra i due beni, che risultano per lui totalmente uguali nel soddisfare i suoi bisogni. Pertanto, a differenza di altri casi, come ad esempio Cobb-Douglas, <u>non c'è saturazione</u> e la scelta tra l'uno e l'altro bene dipende solamente dai prezzi.
In Cobb-Douglas, invece, si ha che $MU_X = [\alpha \bullet Y^{\beta}] \bullet X^{\alpha-1}$, ovvero, se $\alpha < 1$, l'Utilità Marginale del bene X è decrescente:

questo è indice di saturazione, mentre le Utilità Marginali costanti tipiche del caso dei Perfetti Sostituti annullano tale effetto.

1.4.5 Utilità e Perfetti Complementi



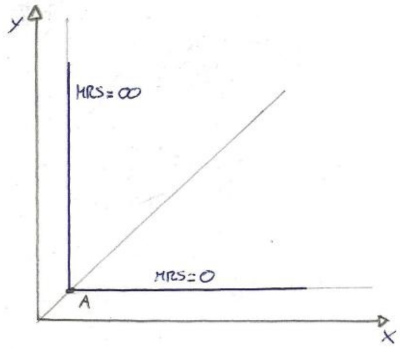
(modello di Leontief), il beneficio per il consumatore aumenta solamente se le quantità ...almente.
...ma, si segue sempre la regola generale: sarà da considerarsi Scelta Ottima per il ...a il Vincolo di Bilancio e la più alta Curva di Indifferenza. In questo caso, la Scelta Ottima ... di una delle Curve di Indifferenza, che, in quanto punto angoloso, sarà compatibile con ...e possibili inclinazioni (come si nota dal grafico).

... di Utilità sarà $\boldsymbol{U(X,Y) = min\ \{aX;\ bY\}}$, con $a,\ b > 0$. L'Utilità, dunque, ...n parentesi; si aprono quindi tre casi:

- Se $aX < bY$ => $U(X,\ Y) = aX$. In questo caso, se dovesse aumentare Y, il risultato non cambia perché si avrà sempre $aX < bY$.
  Se dovesse aumentare X, si avrebbe un conseguente aumento di U.
- Se $aX > bY$ => $U(X,\ Y) = bY$. In questo caso, se dovesse aumentare X, il risultato non cambia perché si avrà sempre $aX > bY$.
  Se dovesse aumentare Y, si avrebbe un conseguente aumento di U.
- Se $aX = bY$, si individuano i punti angolosi del grafico.
  Infatti, l'equazione può essere espressa anche come $Y = \frac{a}{b} X$, ovvero come una retta passante per l'origine con inclinazione pari a $\frac{a}{b}$: tale retta si dice **retta dei vertici** e rappresenta una linea ideale che contiene tutti i punti di spigolo delle Curve di Indifferenza.
  <u>N.B.:</u> Dal momento che la Scelta Ottima si posiziona sempre su un punto angoloso, si può dire che <u>la Scelta Ottima si posiziona sempre sulla retta dei vertici</u>.

Ragionando sul grafico e partendo dal punto A, si nota che, in tale punto, $MU_X = MU_Y = 0$: se ci si posiziona su un qualsiasi spigolo di una Curva di Indifferenza, l'Utilità non subirà variazioni nel caso in cui si aumenti la quantità di uno solo dei due beni.
Il punto B, invece, rappresenta tutti i punti che stanno sopra la retta dei vertici, ovvero in punti in cui si ha $aX < bY$: generalizzando, si può dire che tutti i punti che presentano questa caratteristica avranno $MU_X = a$ e $MU_Y = 0$.

Viceversa, il punto C rappresenta tutti i punti che stanno sotto la retta dei vertici, per i quali $aX > bY$: in questo caso, si avrà che $MU_X = 0$ e $MU_Y = b$.



Prendendo una generica Curva di Indifferenza di Leontief, si può dire che, nel suo tratto verticale, $MRS = \frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{a}{0} = \infty$; nel suo tratto orizzontale, invece, si avrà $MRS = \frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{0}{b} = 0$.

Nel punto di spigolo, invece, si può dire che non esiste un MRS: come già detto, essendo un punto angoloso, ci saranno infiniti possibili Saggi Marginali di Sostituzione.

Nel primo di questi tre casi, $MRS = \infty$ significa che il soggetto è disposto a cedere una grandissima quantità di Y pur di ottenere un'unità di X in più; viceversa, nel secondo caso, $MRS = 0$ significa che il soggetto non è per niente disposto a cedere Y per ottenere altro X, dal momento che non gli serve. Sarà invece disposto a fare il contrario, ovvero a cedere X per ottenere Y, bene che ritiene più utile.

Algebricamente, la Scelta Ottima dovrà essere:

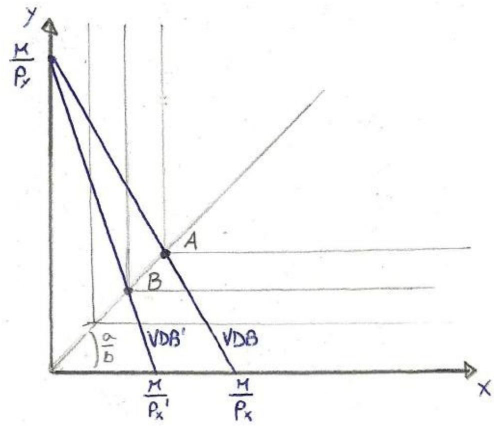
$$\begin{cases} \in \text{retta dei Vertici} \\ \in VDB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{a}{b}X \\ Y = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y}X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{a}{b}X \\ \frac{a}{b}X = \frac{M}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y}X \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{a}{b}X \\ X\left(p_Y \cdot \frac{a}{b} + p_X\right) = M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{a}{b}X \\ X\left(\frac{p_Y \cdot a + p_X \cdot b}{b}\right) = M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y = \frac{a}{b}X \\ X^* = M \cdot \frac{b}{p_Y \cdot a + p_X \cdot b} = \frac{M}{p_X + \frac{a}{b}p_Y} \end{cases}$$

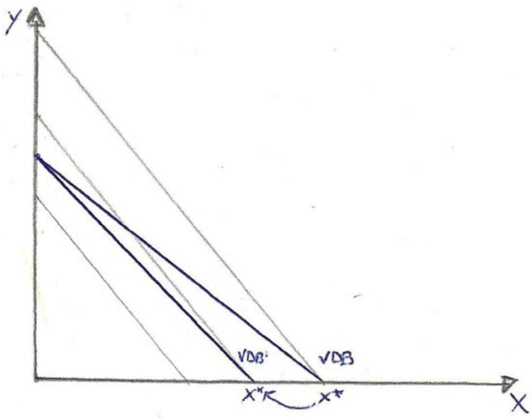
$$\Rightarrow \begin{cases} X^* = \frac{M}{p_X + \frac{a}{b}p_Y} \\ Y^* = \frac{M}{\frac{b}{a}p_X + p_Y} \end{cases}.$$

Nel caso dei Perfetti Complementi, dunque, le quantità ottime di ciascuno dei due beni dipendono anche dal prezzo dell'altro bene.

1.4.6 Preferenze ed Aumento dei Prezzi

Un aumento del prezzo di uno dei due beni a disposizione del consumatore influirà sulle preferenze del consumatore stesso, andando a modificare, a seconda del caso, le scelte ottime del soggetto. A seconda del caso, ovvero a seconda della funzione di utilità, tale aumento avrà effetti diversi.





Nel caso in cui i due beni siano per il consumatore **Perfetti Complementi**, un aumento di p_X causerà un aumento dell'inclinazione del Vincolo di Bilancio, che risulterà quindi tangente a una Curva di Indifferenza minore di quella originaria: pertanto, la Scelta Ottima passerà da A al punto B. Si nota dunque, in questo caso, che l'aumento di uno solo dei prezzi causa un calo nella quantità di entrambi i beni. Ovviamente, vale lo stesso ragionamento nel caso di un aumento di p_Y.

Sintetizzando, si potrà dire che, dal momento che $X^* = \frac{M}{p_X + \frac{b}{a}p_Y}$, se $p_X \uparrow$ allora $X^* \downarrow$, $Y^* \downarrow$.

Nel caso di beni **Perfetti Sostituti**, si supponga di partire da un caso in cui $\frac{a}{b} > \frac{p_X}{p_Y}$, in cui le Curve di Indifferenza hanno un'inclinazione maggiore rispetto al Vincolo di Bilancio e in cui la scelta ottima sarà rappresentata da un punto sull'asse X. In questo caso, un aumento poco significativo di p_X causerebbe un aumento ridotto dell'inclinazione del Vincolo (VDB'), e darebbe origine a una situazione in cui, se $p_X \uparrow$, allora $X^* \downarrow$, mentre $Y^* = 0$, ovvero resta costante.

Se, invece, p_X aumenta di molto, tanto che $\frac{a}{b} < \frac{p_X}{p_Y}$, si avrà $Y^* \uparrow$ e $X^* = 0$: la Scelta Ottima si sposterà nel caso opposto dei Perfetti Sostituti, ovvero sull'asse Y.

Partendo da quest'ultimo caso, inoltre, un ulteriore aumento di p_X farà sì che $X^* = 0$, quindi resta costante, mentre $Y^* = M/p_Y$, anch'esso costante.

Nel caso in cui le preferenze del consumatore siano rappresentate da una funzione di tipo **Cobb-Douglas**, invece, la quantità ottima di un bene sarà influenzata solamente dal prezzo di quel bene. Infatti, sapendo che $X^* = \left[\frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot M\right] \cdot \frac{1}{p_X}$, si avrà che, se $p_X \uparrow$, allora $X^* \downarrow$, mentre Y^* resta costante.

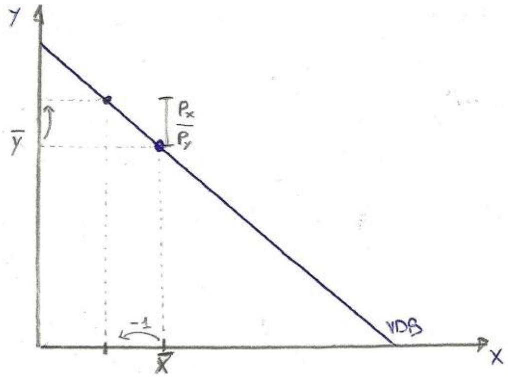
Volendo generalizzare, si può dire che un aumento del prezzo di un bene causa un calo nella quantità domandata di tale bene: questa intuizione sarà alla base della costruzione di una Curva di Domanda di un bene.
Inoltre, in alcuni casi, un aumento del prezzo di uno solo dei beni può causare una diminuzione delle quantità domandate di entrambi: la diminuzione di potere di acquisto può influenzare la domanda di entrambi i beni a disposizione del consumatore.
In alcuni casi particolari, si troverà tuttavia che, se $p_Y \uparrow$, allora $Y \uparrow$ e $X \downarrow$: sarà il caso dei Beni di Giffen.

1.5 Dotazioni Iniziali di Beni

1.5.1 Dotazioni Iniziali, Reddito e Vincolo di Bilancio

Si supponga che un consumatore, invece di avere un reddito iniziale M, disponga di una **Dotazione Iniziale** dei beni X e Y, in quantità denominate X e Y.

Graficamente, si potrà rappresentare un punto di coordinate (X, Y), detto Punto delle Dotazioni Iniziali.



Il soggetto, volendo, potrebbe decidere di consumare X e Y, senza avanzare nulla, esattamente come accadeva con il reddito: da questa affermazione si intuisce che la retta del Vincolo di Bilancio passa per il punto (X, Y).

Tuttavia, il consumatore potrà anche decidere di vendere un'unità del bene X, incassando dal mercato una quantità di denaro p_X, corrispondente al prezzo unitario del bene. In questo caso, si prenderà come ipotesi che il consumatore conosca i prezzi dei due beni sul mercato.

Con la somma che ha incassato dalla vendita, potrà quindi acquistare $\frac{p_X}{p_Y}$ unità del bene Y, spostandosi su un altro punto della retta VDB.

Ricapitolando, si può dire che, in una situazione di questo genere, il consumatore conosca X e Y, così come p_X e p_Y, mentre le sue variabili saranno X e Y.

Qualora decidesse di vendere tutte le sue dotazioni di entrambi i beni, il consumatore incasserà $p_X \bullet X + p_Y \bullet Y$, una somma di denaro che avrà lo stesso ruolo di M.

Si potrà poi dire che $p_X \bullet X + p_Y \bullet Y = p_X \bullet X + p_Y \bullet Y$, dal momento che il soggetto reinvestirà in denaro per comprare le quantità desiderate dei due beni, ovvero le due variabili.

Proseguendo, si otterrà $p_Y \bullet Y - p_Y \bullet Y = p_X \bullet X - p_X \bullet X \;\Rightarrow\; p_Y(Y - Y) = p_X(X - X) \;\Rightarrow\; p_Y(Y - Y) = p_X(X - X) \;\Rightarrow\; (Y - Y) = \frac{p_X}{p_Y}(X - X)$.

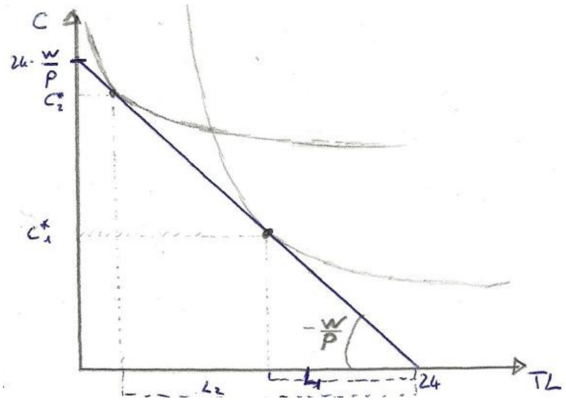
Questo significa che, se $Y \uparrow$, ovvero se $(Y - Y) > 0$, sarà necessario rinunciare a una certa quantità di X, che andrà a diminuire a seconda del rapporto $\frac{p_X}{p_Y}$.

Tornando alla formulazione iniziale della relazione, si ricava inoltre: $p_Y \bullet Y - p_Y \bullet Y = p_X \bullet X - p_X \bullet X \;\Rightarrow\; p_Y \bullet Y = p_Y \bullet Y - p_X \bullet X + p_X \bullet X \;\Rightarrow\; \boldsymbol{Y = \frac{p_Y \cdot Y + p_X \cdot X}{p_Y} - \frac{p_X}{p_Y} X}$: si tratta della formulazione del **Vincolo di Bilancio** espresso utilizzando le dotazioni iniziali. Supponendo che $X = 0$, si avrà $Y = \frac{p_Y \cdot Y + p_X \cdot X}{p_Y}$, con $p_Y \bullet Y + p_X \bullet X$, il totale delle dotazioni, che svolge il ruolo del reddito.

Questa formulazione sarà utile per risolvere alcuni problemi: quanto lavorare per poter consumare (ovvero: quante ore cedere in cambio di una retribuzione)? Quanto risparmiare in vista di un consumo futuro?

1.5.2 Lavoro e Consumo

Dal punto di vista dell'individuo, il **Lavoro** è visto come un sacrificio, quindi come un male, nonostante faccia guadagnare una retribuzione a chi lo compie: il lavoro non è un bene.
Si suppone che un soggetto abbia a disposizione un determinato ammontare di Tempo T, che potrà essere utilizzato come Tempo Libero TL (che reca benefici, e che pertanto viene considerato come un bene) o impiegato per il Lavoro L: sarà quindi valida la relazione $T = TL + L$, il tempo libero e il lavoro sono complementari. Oltre al tempo libero, si consideri un generico bene di consumo C.



Supponendo di avere $T = 24$, ovvero di avere a disposizione un giorno intero, si potrà costruire un grafico con, sull'asse delle ascisse, TL che varia da 0 a 24; si avrà quindi che $L = 24 - TL$. Sull'asse delle ordinate, invece, i colloca il bene C.
La dotazione iniziale del soggetto sarà rappresentata da un punto sull'asse orizzontale, le cui coordinate sono $(24,0)$: il soggetto dispone, infatti, di 24 ore di tempo e di nessun'unità del bene.
Si possono identificare anche i prezzi di questi due beni: il prezzo del bene sarà un generico p, mentre il prezzo del tempo libero è rappresentato da W (*wage*), ovvero il salario che il soggetto riceve in cambio di un'ora di lavoro. Se si vende un'unità di tempo libero, infatti, significa che il soggetto lavorerà per un'ora. Per semplicità, si suppone che p e W restino costanti, qualsiasi scelta venga fatta dal soggetto.

Se il soggetto sceglierà di lavorare per L ore, guadagnerà $L \cdot W$, somma con la quale potrà acquistare $\frac{L \cdot W}{p}$ unità del bene C.

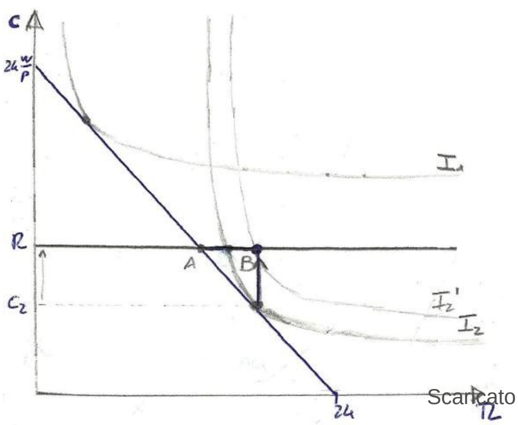
Quindi, il reddito del soggetto sarà pari a $(24 - TL) \cdot W$; eguagliando il reddito alla spesa, si potrà quindi ottenere una formulazione del **Vincolo di Bilancio**, che sarà quindi uguale a $(24 - TL) \cdot W = p \cdot C$.

Risolta in C, la relazione assume la forma $\boldsymbol{C = \frac{(24-TL) \cdot W}{p} = \frac{24 \cdot W}{p} - \frac{W}{p} \cdot TL}$.

Le intercette del Vincolo saranno quindi $(24,0)$ e $(0,\ 24 \cdot \frac{W}{p})$, mentre l'inclinazione sarà $-\frac{W}{p}$, ovvero il rapporto tra i prezzi.

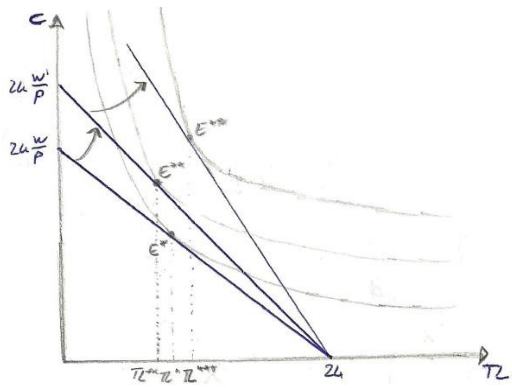
Introducendo in questo grafico delle **Curve di Indifferenza**, si nota che, considerandone due qualsiasi, una Curva più verticale significa che, per il soggetto, il Tempo Libero avrà una grande importanza: questo soggetto sceglierà di lavorare meno e, di conseguenza, di consumare meno, per di poter avere più tempo libero. Quindi, se $TL^* \uparrow$, allora $C^* \downarrow$; nel caso estremo di curva di indifferenza perfettamente verticale, si avrà $TL^* = 24$, $L = 0$ e $C^* = 0$.
Viceversa, una Curva orizzontale è tipica di un soggetto per cui il Tempo Libero non è importante, e che quindi preferirà lavorare molto per poter anche consumare molto. Quindi, se $TL^* \downarrow$, allora $C^* \uparrow$.

Esaminando questo grafico e le curve di indifferenza di due soggetti diversi, si potrebbe pensare che il soggetto 2 abbia poco reddito e, pertanto, necessiti un aiuto. Fissando un determinato livello di consumo R, ad esempio, si può pensare che un soggetto sia a posto se il suo consumo sta al di sopra di tale livello, mentre, se $C < R$, abbia bisogno di un'integrazione di reddito: in tal caso, il consumo del soggetto 2 passa da C_2 al livello minimo fissato, R.
Con tale integrazione, il Vincolo di Bilancio del soggetto 2 cambia: andrà a comprendere anche il segmento AB, assumendo una forma spezzata;



questa modifica causa una variazione anche nella Curva di Indifferenza del soggetto, che trasla da I_2 a I_2', passante per il punto B, nuova Scelta Ottima per il soggetto.

Si può concludere, quindi, che <u>un sussidio per i redditi bassi avrebbe l'effetto di disincentivare i soggetti che lo ricevono a lavorare</u>.



Tornando al problema della scelta di lavoro, si supponga di avere un aumento del salario W, che diventa quindi $W' > W$. Ne consegue che, se $W \uparrow$, allora $\frac{W}{p} \uparrow$ e $24 \cdot \frac{W}{p} \uparrow$: aumentano sia l'intercetta verticale che la pendenza della retta del Vincolo di Bilancio, mentre l'intercetta orizzontale resta costante. La nuova Scelta Ottima, E^{**}, avrà una diminuzione del Tempo Libero e un aumento del Lavoro: se si alza il salario, il soggetto tende a lavorare di più per massimizzare i consumi.

Tuttavia, non è una regola generale: un ulteriore aumento di W potrebbe portare a una diminuzione delle ore di lavoro: questo avviene nel caso in cui W diventi talmente elevato da permettere un C maggiore con un TL a sua volta maggiore.

In sostanza, <u>se ci sono dotazioni iniziali, se il prezzo della dotazione aumenta, aumenterà anche la ricchezza, permettendo un aumento delle quantità ottime di entrambi i beni.</u>

1.5.3 Risparmio, Consumo Odierno e Consumo Futuro

Supponendo l'esistenza di un periodo successivo a quello in cui il soggetto si trova, si introduce il tema del **Risparmio**: quante risorse devono essere allocate per il consumo immediato e quante per un consumo futuro?

Il **Consumo Odierno** e il **Consumo Futuro** (anche relativi a uno stesso bene) vengono considerati come due beni distinti, indicati con C_1 e C_2; il soggetto conosce il proprio <u>reddito attuale</u> e il <u>reddito futuro</u> di cui potrà disporre (M_1 e M_2), oltre al <u>prezzo odierno</u> e al <u>prezzo futuro</u> del bene (p_1 e p_2). Per semplicità, si prende per ipotesi che $p_1 = p_2 = 1$.

Inoltre, è necessario supporre l'esistenza di **mercati finanziari**, in cui si possono scambiare denaro e titoli: il denaro prestato verrà poi restituito con l'aggiunta di un <u>interesse</u>, calcolato in base a un determinato <u>Tasso</u> i. Pertanto, se nel periodo t_1 si presta un'unità monetaria, in t_2 si riceverà $1 \cdot (1 + i)$.

Viceversa, se si decide di prendere in prestito una somma S, nel periodo successivo si dovrà restituire $S(1 + i)$, detto <u>Montante</u> di S.

Grazie ai mercati finanziari, il possessore di S ha la certezza di poter ottenere $S(1 + i)$ nel periodo successivo, se non è interessato ad utilizzare la somma di cui dispone per un consumo immediato.

Al contrario, però, un soggetto potrebbe decidere di voler consumare oggi pur sapendo di poter disporre di una somma F domani: saprà quindi di poter prendere a prestito una somma massima pari a $S = \frac{F}{1+i}$ per poter restituire tutto domani: si tratta del <u>valore attuale della cifra futura F</u>.

In sostanza, $S \neq F$: una somma odierna e una somma futura possono essere confrontate soltanto dopo aver tenuto conto degli interessi, ovvero dopo averle rese temporalmente omogenee.

Tornando a M_1 e M_2 e tenendo conto di quanto appena detto, si potranno confrontare le due misure del reddito in termini di valore presente o di valore futuro.

Nel primo caso, si avrà $M_{TOT} = M_1 + \frac{M_2}{1+i}$; nel secondo, $M_{TOT} = M_1(1 + i) + M_2$.

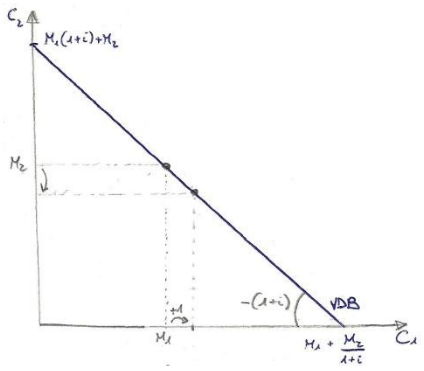
Stabilire il valore del reddito totale sarà utile per calcolare la formula del **Vincolo di Bilancio**, dove occorrerà uguagliare reddito e spesa. Dal momento che non esiste un "dopodomani" ma ci si limita allo studio di due soli periodi, ha senso dire che tutto il reddito dovrà essere speso, senza avanzare nulla per un consumo ulteriormente futuro.

Dal momento che, su un grafico, si avrà C_2 in ordinata, conviene calcolare il Vincolo di Bilancio in valore futuro, per poi esprimerlo in funzione del consumo futuro.

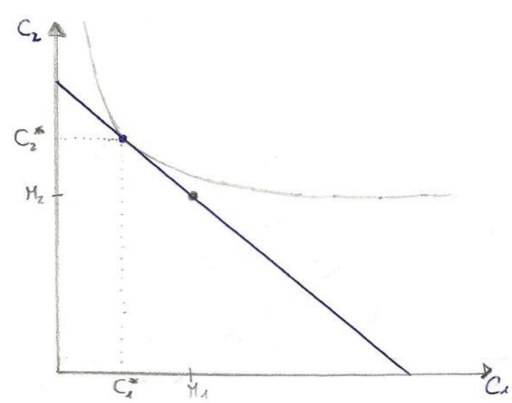
Si avrà quindi $M_1(1 + i) + M_2 = p_1C_1(1 + i) + p_2C_2$.

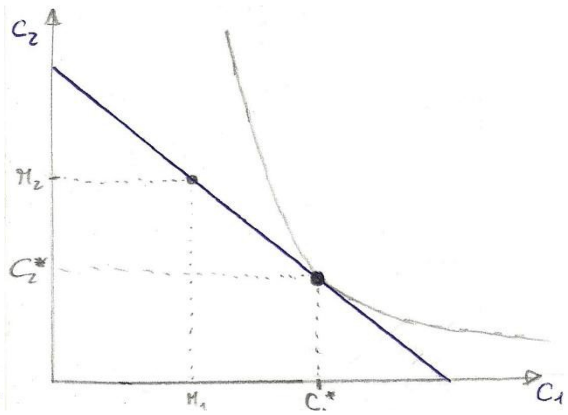
Per ipotesi, i prezzi sono entrambi unitari: $M_1(1 + i) + M_2 = C_1(1 + i) + C_2$.

Quindi, $\boldsymbol{C_2 = M_1(1 + i) + M_2 - C_1(1 + i)}$.



Nel grafico, poiché $p = 1$, M_1 e M_2 coincidono con C_1 e C_2: il punto (M_1, M_2) è il punto delle dotazioni iniziali, che appartiene alla retta del Vincolo di Bilancio. Se si vuole consumare oggi un'unità in più, si rinuncerà ad un'unità di consumo futuro; prendendo in prestito un'unità di moneta, dunque, si dovrà diminuire il consumo futuro di $(1 + i)$ unità di moneta. Analogamente, si potrà rinunciare a un'unità di consumo odierno per guadagnarne $(1 + i)$ di consumo futuro.



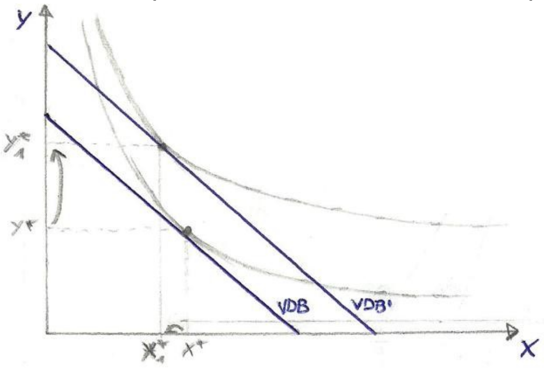


I mercati finanziari sono utili sia per il primo soggetto, detto "formica", che per il soggetto rappresentato nel secondo grafico, la "cicala": i due metodi opposti di intendere il consumo vengono messi in comunicazione dai mercati, in modo tale da essere funzionali l'uno all'altro (il risparmiatore fornisce oggi il denaro necessario al consumatore, che lo rimborserà permettendogli, domani, di consumare a sua volta).

1.6 Tipologie di Beni

1.6.1 Beni Normali e Beni Inferiori

Come già visto, la quantità domandata di un bene varia a seconda del suo prezzo; tuttavia, bisogna ricordare come essa si modifichi anche in seguito a variazioni del reddito del consumatore.
Tendenzialmente, vale la regola che, se $M\uparrow$, allora VDB aumenta a sua volta, mantenendo l'inclinazione originaria ma aumentando i valori di entrambe le intercette: il risultato sarà quindi una retta parallela alla precedente ma più alta, che individuerà quindi una Scelta Ottima con le quantità di entrambi i beni aumentate.



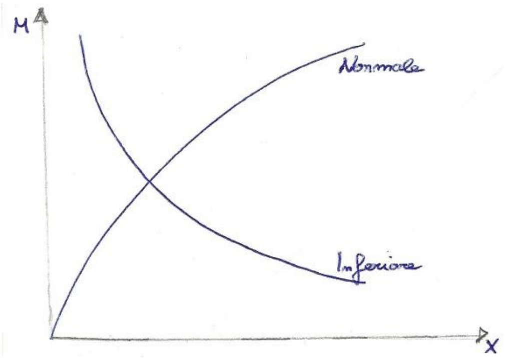
In alcuni casi, però, accade che, se $M\uparrow$, allora $X^*\downarrow$, come nel grafico qui presentato.

Pertanto, vale la seguente regola:

Se $M\uparrow \rightarrow X^*\uparrow$, X è un **Bene Normale**;

Se $M\uparrow \rightarrow X^*\downarrow$, X è un **Bene Inferiore**, ovvero un bene a cui si rinuncia all'aumentare del proprio reddito.

Tipicamente, seguono la regola dei beni inferiori i beni essenziali, di prima necessità e di scarsa qualità, ai quali, avendo disponibilità di reddito sufficienti, si tende a sostituire beni di maggior valore o qualitativamente migliori. Va comunque ricordato che queste sono caratteristiche non oggettive, ma legate alle preferenze del consumatore e non necessariamente permanenti: ad esempio, i legumi possono essere considerati beni inferiori ed essere sostituiti dalla carne in corrispondenza di un aumento del reddito; tuttavia, per seguire un determinato regime alimentare, si potrà ritenere conveniente trattare la carne come un bene inferiore, per sostituirla con i legumi.



Si può rappresentare una relazione grafica tra un generico bene e il reddito: ne risultano delle curve, dette **Curve di Engel**, che hanno caratteristiche diverse a seconda del bene. Un bene normale, infatti, avrà una Curva crescente, dato che la quantità domandata aumenterà all'aumentare del reddito; viceversa, la Curva relativa a un bene inferiore avrà un andamento decrescente.

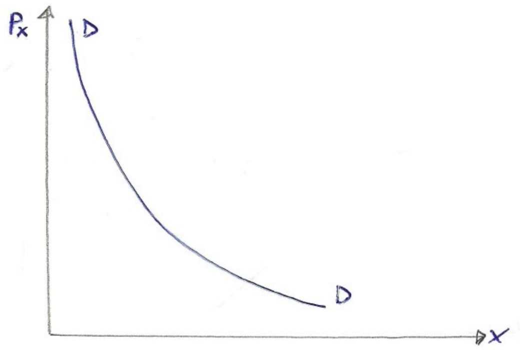
Esaminando i casi standard finora studiati (Cobb-Douglas, Perfetti Sostituti e Perfetti Complementi), risulta che in nessuno di questi esistono beni inferiori:

- In Cobb-Douglas, $X^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} M \cdot \frac{1}{p_X}$: se $M\uparrow$, anche $X^*\uparrow$; lo stesso discorso vale anche per il bene Y.
- Nel caso dei Perfetti Complementi, $X^* = \frac{M}{p_X + \frac{b}{a} p_Y}$: se $M\uparrow$, anche $X^*\uparrow$; lo stesso discorso vale anche per il bene Y.
- Nel caso dei Perfetti Sostituti, $\begin{cases} MRS > \frac{p_X}{p_Y} \\ MRS < \frac{p_X}{p_Y} \end{cases}$: nel primo caso, si avrà soltanto $X^* = \frac{M}{p_X}$, quindi se $M\uparrow$, anche $X^*\uparrow$; nel secondo caso, si avrà solamente $Y^* = \frac{M}{p_Y}$, quindi se $M\uparrow$, anche $X^* = 0$ costante. Tuttavia, X non sarà da considerarsi un bene inferiore; la sua Curva di Engel sarà coincidente con l'asse delle ordinate.

In tutti questi casi standard, dunque, i beni sono normali: le loro Curve di Engel sono crescenti e passanti per l'origine degli assi.

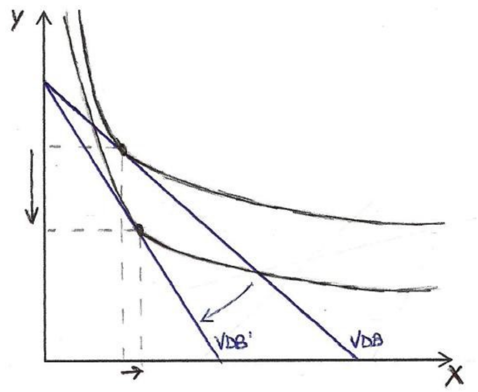
1.6.2 Curva di Domanda e Beni di Giffen

Ragionando sulla variazione del prezzo di un bene e non più sulle variazioni di reddito, la regola generale è $p_X \uparrow \ \rightarrow X^* \downarrow$. Questa **Legge della Domanda** identifica una relazione di proporzionalità inversa tra questi due elementi e, graficamente, rende possibile la costruzione di una **Curva di Domanda** decrescente.



A seconda di come vengono posizionate le variabili sugli assi, si potranno ottenere una <u>Curva di Domanda Diretta</u>, del tipo $X = F(p_X)$, o una <u>Curva di Domanda Inversa</u>, dall'equazione $p_X = F(X)$, come quella rappresentata nel grafico.

Esistono vari casi particolari derivanti da questa legge: ad esempio, in alcuni casi si ha che, se $p_X \uparrow \ \rightarrow Y^* \uparrow$: in questo caso, Y è un bene sostituto di X.

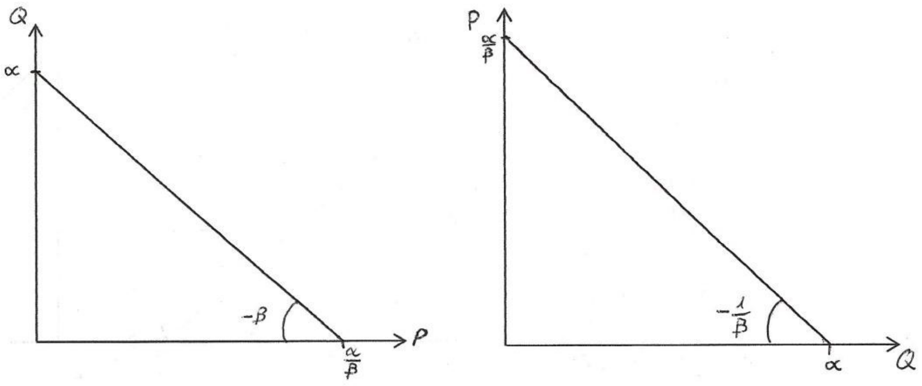


In altri casi ancora più estremi, si ha che $p_X \uparrow \ \rightarrow X^* \uparrow$, ovvero la quantità domandata di un bene aumenta all'aumentare del prezzo del bene stesso: ne sono un esempio concreto i beni definiti *status symbol*, che vengono acquistati per aumentare il proprio prestigio, anche a causa del prezzo molto elevato. È possibile dimostrare che X, in questo caso, è un particolare tipo di bene inferiore, denominato **Bene di Giffen**.
Dal momento che i Beni di Giffen sono un sottoinsieme dei beni inferiori, non compariranno mai negli esempi standard.

1.7 La Domanda

1.7.1 Curva di Domanda Individuale ed Elasticità

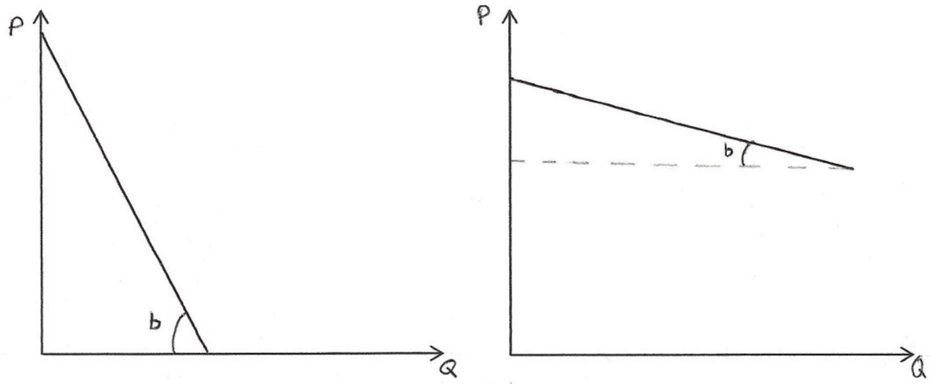
Come già detto nel paragrafo precedente, è possibile costruire una **Curva di Domanda** mettendo in relazione il prezzo di un bene e la sua quantità domandata; in particolare, se si studiano le preferenze di un solo consumatore, si otterrà una **Curva di Domanda Individuale**.
Per semplicità, si studiano Curve di Domanda lineari.



Indicando con P e con Q la quantità domandata del bene, si potrà ottenere una <u>Curva di Domanda Diretta</u> del tipo $\boldsymbol{Q = \alpha - \beta P}$, dalla quale sarà possibile ricavare anche una <u>Curva di Domanda Inversa</u>, con equazione $P = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{\beta}Q$.

Convenzionalmente, si indica $\frac{\alpha}{\beta} = a$ e $\frac{1}{\beta} = b$: l'espressione più comune della Curva di Domanda Inversa sarà quindi $\boldsymbol{P = a - bQ}$.

Esaminando la Curva di Domanda Inversa, e in particolare il suo coefficiente angolare b, si nota che, se tale coefficiente è elevato, un aumento anche considerevole del prezzo sarà accompagnato da una piccola diminuzione della quantità; viceversa, se b è un numero piccolo, una minima variazione del prezzo potrà portare a grandi modifiche a livello di quantità domandata.



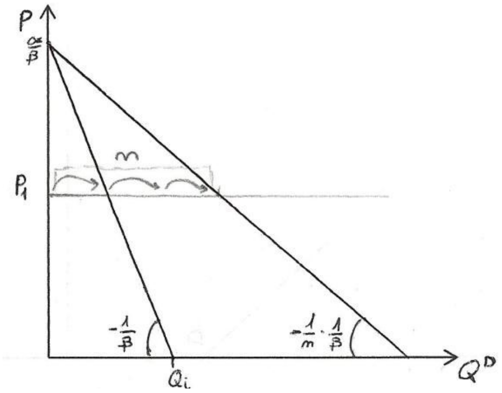
Nel primo caso, si parla di **Domanda Rigida**, mentre il secondo grafico rappresenta una **Domanda Elastica**: l'elasticità della domanda di un bene aumenta quando esiste un altro bene che può sostituire quello il cui prezzo aumenta. Infatti, un piccolo aumento del prezzo di un bene che ha un sostituto potrebbe portare il consumatore a non acquistare più tale bene, in favore del suo sostituto divenuto più economico.
Il caso estremo si ha quando esistono beni esattamente identici a quello il cui prezzo aumenta: in questo caso, si avrà una **Domanda Perfettamente Elastica**.

Bisogna inoltre ricordare che l'elasticità va calcolata a seconda del parametro $b = \frac{1}{\beta}$: considerando una Curva di Domanda Diretta, si avrà quindi una Domanda Rigida se β è piccolo, mentre ci sarà Domanda Elastica se β è un numero alto.

1.7.2 Curva di Domanda di Mercato

Immaginando di avere un numero n di consumatori uguali tra loro e con le medesime preferenze, ovvero con un'uguale Curva di Domanda $Q_i = \alpha - \beta P$, la **Curva di Domanda di Mercato** rappresenta la variazione complessiva di Q al variare di P: sarà quindi la somma delle domande individuali e, come le domande individuali, sarà decrescente.

Si può quindi dire che Domanda di Mercato $= \sum_i$ Domande Individuali $\sum_i Q_i = n \bullet Q_i = n \bullet \alpha - n \bullet \beta P$. Vale quindi la formulazione $\boldsymbol{Q^D = n \bullet \alpha - n \bullet \beta P}$. Volendo trovare l'equazione della Curva di Domanda di Mercato Inversa, si avrà $n\beta P = n\alpha - Q^D \ => \ \boldsymbol{P = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{1}{n\beta} Q^D}$.



Confrontando questa Curva con la Curva di Domanda Inversa Individuale, si nota che, quando le Curve sono <u>lineari</u> e tutte le Curve Individuali sono <u>uguali</u>, Q^D e Q^i hanno la medesima intercetta verticale, mentre l'inclinazione di Q^D risulterà divisa per n rispetto a quella delle Curve Individuali.

<u>N.B.</u>: In questi casi, si parla di beni "privati", tali per cui ogni consumatore necessita di una dose di bene. I <u>beni pubblici</u>, invece, sono tali per cui una dose di bene può essere consumata da molti consumatori: per questo tipo di beni, non valgono le osservazioni appena fatte riguardo alla Domanda di Mercato. Nel caso del <u>Lavoro</u>, invece, bisogna ricordare che è l'impresa che domanda, mentre il lavoratore offre ore di lavoro.

1.7.3 Spesa Totale ed Elasticità della Domanda al Prezzo

Data una generica Curva di Domanda Diretta del tipo $Q = \alpha - \beta P$, si nota facilmente che, se il prezzo del bene aumenta, diminuirà la sua quantità domandata dal consumatore (tralasciando il caso dei Beni di Giffen).
Spesso, è interessante studiare la variazione della **Spesa Totale** al variare del prezzo del bene: la Spesa Totale TE è identificabile tramite la formula $\boldsymbol{TE = P \bullet Q}$; tuttavia, ipotizzando che $P \uparrow \to Q \downarrow$, come si possono prevedere le variazioni a livello di PQ?

Esempio: con $P = 100$ e $Q = 200$, si ipotizza che $P \uparrow$ del 5% e che $Q \downarrow$ del 10%; si avranno quindi $P' = 105$ e $Q' = 180$. Nel primo caso, $PQ = 20000$; dopo le variazioni, si avrà $P'Q' = 18900$: la quantità domandata ha subito una variazione percentuale maggiore, pertanto si potrà dire che Q è iper-reattiva a P.

Dall'esempio, si può ricavare che <u>la Spesa Totale si muove nella stessa direzione della variazione percentuale maggiore</u>.

Esempio: in un caso opposto, partendo dai medesimi dati, si avrà che $P \uparrow$ dell'1% e $Q \downarrow$ sempre dell'1%. Quindi, $P' = 101$ e $Q' = 198$.
Quindi, $PQ = 20000$ e $P'Q' = 19998$: la variazione è minima e si può dire che la spesa totale resti costante. Questo avviene perché le due variazioni percentuali si equivalgono e si bilanciano.

Si potrà quindi ricavare una regola generale per la variazione della Spesa Totale al variare del prezzo del bene:

- Se $|\Delta\%Q| > |\Delta\%P|$ e $P \uparrow$, allora $PQ \downarrow$: la Spesa Totale si muove nella direzione di Q;
- Se $|\Delta\%Q| < |\Delta\%P|$ e $P \uparrow$, allora $PQ \uparrow$: la Spesa Totale si muove nella direzione di P;
- Se $|\Delta\%Q| = |\Delta\%P|$ e $P \uparrow$, allora PQ resta costante perché le variazioni di quantità domandata e prezzo si bilanciano.

Per calcolare le variazioni percentuali delle due quantità, basterà applicare le seguenti formule: $\Delta\%Q = \frac{\Delta Q}{Q}$ e $\Delta\%P = \frac{\Delta P}{P}$; inoltre, va ricordato che $\Delta\%P$ indica anche l'<u>inflazione</u> relativa ad un singolo bene.

L'utilizzo delle variazioni percentuali va sempre preferito all'utilizzo delle variazioni nelle singole unità di misura, per poter considerare valide le osservazioni anche in caso di un cambio di unità di misura (ad esempio cambio di valuta, oppure cambio di unità di misura della quantità).

Per capire meglio quale delle due variazioni percentuali conti di più, basta svolgere il rapporto $\frac{\Delta\%Q}{\Delta\%P} < 0$ (sempre valido, visto che le due variazioni avranno sempre segno opposto). In particolare, si otterrà che, se il rapporto è < -1, prevarrà la variazione della quantità, quindi $PQ \downarrow$; viceversa, se il rapporto sarà > -1, si avrà $PQ \uparrow$, in direzione del prezzo.

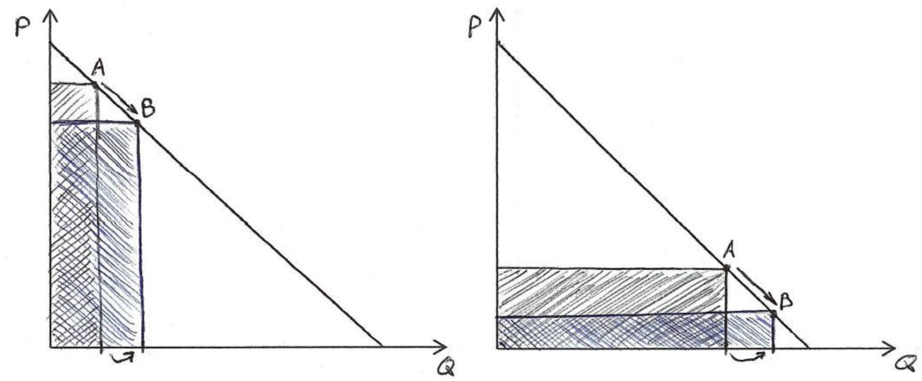
Tale rapporto tra le variazioni percentuali si indica come **Elasticità della Domanda al Prezzo**: $\boldsymbol{\varepsilon = \frac{\Delta\%Q}{\Delta\%P}}$.

Anche se in alcuni casi il segno di ε viene omesso, va ricordato che tale valore è <u>sempre negativo</u>; inoltre, nel caso in cui $\varepsilon = -1$ (ovvero se $\Delta\%Q = \Delta\%P$) si parlerà di <u>elasticità unitaria</u>.
Infine, è opportuno ricordare che ε assume un significato rilevante per variazioni percentuali ridotte; aumentando tali variazioni, aumentano anche le imprecisioni nel calcolo dell'Elasticità e della variazione di PQ.

Svolgendo la formula dell'Elasticità, si ottiene che $\varepsilon = \frac{\Delta\%Q}{\Delta\%P} = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q}{\Delta P}\cdot\frac{P}{Q} = \frac{dQ}{dP}\cdot\frac{P}{Q}$ (si prendono le d e non le Δ perché, come già detto, è opportuno lavorare con variazioni molto piccole delle due quantità).

Ma $\frac{dQ}{dP}$ è la <u>derivata della quantità rispetto al prezzo</u>, lavorando su una Curva di Domanda Diretta.

Pertanto, si nota che, partendo da una Domanda Inversa $P = a - bQ$, la Domanda Diretta sarà $Q = \frac{a}{b} - \frac{1}{b}P$: quindi, $\frac{dQ}{dP} = -\frac{1}{b} = \beta$.



Ragionando sul primo grafico, supponendo di passare dal punto A a B, si può ipotizzare la variazione subita da PQ: la Spesa Totale, infatti, è rappresentata dall'area del rettangolo che, prima della variazione, ha il suo vertice in A e che, successivamente, avrà vertice in B.
Si nota facilmente come, a seguito della variazione, l'aumento dell'area (verso destra) sia superiore alla sua diminuzione (in alto): pertanto, si potrà dedurre che $PQ \uparrow$, quindi si muove in direzione opposta al prezzo. In questo caso, dunque, si avrà $\varepsilon < -1$.

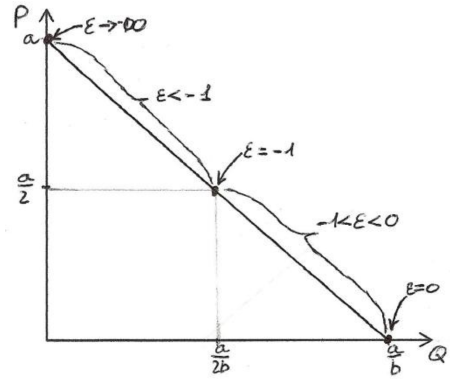
Nel caso opposto (secondo grafico), invece, la variazione negativa del prezzo causa una diminuzione della Spesa Totale (in alto) maggiore rispetto al suo aumento (verso destra): in questo caso, anche $PQ \downarrow$, seguendo la medesima direzione del prezzo. Questo sarà dunque un caso in cui $\varepsilon > -1$.

Riprendendo la formula $\varepsilon = \frac{dQ}{dP}\cdot\frac{P}{Q} = -\frac{1}{b}\cdot\frac{P}{Q}$, si nota come la prima frazione sia una costante numerica e come, quindi,

Luca Biglieri

l'Elasticità dipenda soltanto dal rapporto tra prezzo e quantità domandata. In particolare, se $P > Q \rightarrow \varepsilon \uparrow$, e viceversa, se $P < Q \rightarrow \varepsilon \downarrow$.

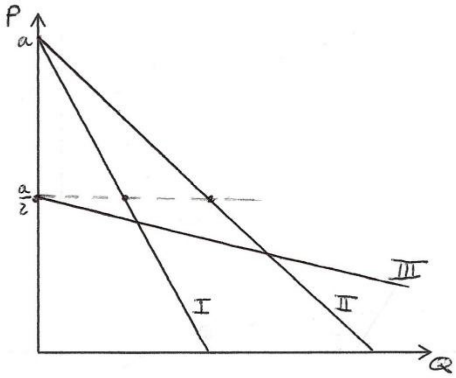
Volendo trovare i valori estremi di questa situazione, si avrà che, se $Q \rightarrow 0$, allora $\varepsilon \rightarrow -\infty$; viceversa, se $P \rightarrow 0$, allora $\varepsilon \rightarrow 0$.



Sul grafico vengono rappresentate tutte le posizioni in cui l'Elasticità assume determinati valori: in corrispondenza dell'intercetta verticale avrà valore $\varepsilon \rightarrow -\infty$, per poi aumentare gradualmente fino ad assumere valore $\varepsilon \rightarrow 0$ in corrispondenza dell'asse delle ascisse.

Inoltre, in corrispondenza del punto medio del segmento che unisce le due intercette, ovvero il punto di coordinate $(\frac{a}{2b}, \frac{a}{2})$, si avrà Elasticità Unitaria. Infatti, $\varepsilon = -\frac{1}{b} \cdot \frac{P}{Q} = -\frac{1}{b} \cdot \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a}{2b}} = -\frac{b}{b} = -1$.

Si può quindi concludere che l'inclinazione di una Curva di Domanda lineare è costante, ma ε assume valori diversi in ogni suo punto.



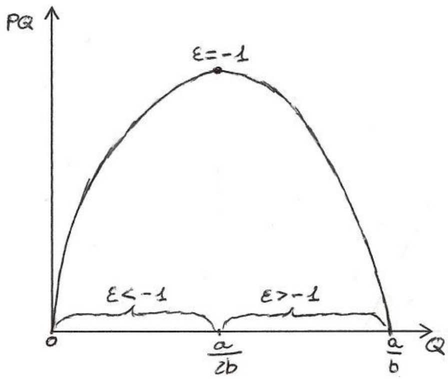
Esaminando, invece, tre diverse Curve di Domanda, di cui due con la medesima intercetta verticale a, si nota come, in corrispondenza di un valore $P = \frac{a}{2}$, le due curve con la stessa intercetta abbiano anche la stessa $\varepsilon = -1$, mentre la terza curva avrà $\varepsilon \rightarrow -\infty$.

Si può quindi dedurre che se due Curve di Domanda hanno la stessa intercetta verticale a, allora avranno ε uguale in ogni loro punto (ovvero, l'Elasticità di due punti delle due Curve sarà uguale in corrispondenza del medesimo valore di P).

Invece, ε varia da una Curva all'altra se varia l'intercetta verticale.

N.B.: In un regime di monopolio, la Spesa Totale dei consumatori corrisponde al ricavo del monopolista; la Curva di Domanda del consumatore, dunque, avrà le stesse proprietà di tale ricavo.

Uno studio dell'Elasticità della Domanda, dunque, sarà utile anche per il monopolista: se la domanda è elastica, al monopolista non converrà alzare il prezzo; viceversa per una domanda rigida. Partendo dalla Curva di Domanda inversa, si potrà ricavare un'equazione della Spesa Totale: $P = a - bQ \Rightarrow PQ = Q(a - bQ) = aQ - bQ^2$.



Nel grafico che si ricava da tale formula, una parabola rovesciata, si nota che $PQ = 0$ se $Q = 0$, oppure se $Q = \frac{a}{b}$ (intercette orizzontali); il massimo ricavo, ovvero il $\max PQ = \max aQ - bQ^2$ si avrà quando $Q = \frac{a}{2b}$, punto medio del segmento che unisce le due intercette.

Questo, dunque, sarà il punto in cui $\varepsilon = -1$, punto in cui Spesa Totale e quantità domandata si bilanciano esattamente.

Caso Particolare: Cobb-Douglas.

$X^* = \frac{\alpha}{\;} M \cdot \frac{1}{\;} = \frac{k}{\;}$, con k costante numerica.

Quindi, $\varepsilon = \frac{dX_*}{dp_X} \cdot \frac{p_X}{X_*} = \left(-\frac{k}{(p_X)^2}\right) \cdot \frac{p_X}{\frac{k}{p_X}} = -1.$

Se l'Utilità è di tipo Cobb-Douglas, si otterrà una Curva di Domanda con $\varepsilon = -1$ in ogni suo punto; questo avviene perché la spesa per un bene è costante, ovvero è pari a k.

$Q = \frac{k}{P} \Rightarrow PQ = k \Rightarrow \varepsilon = -1.$

1.7.4 Altri Tipi di Elasticità

Considerando due beni X e Y, si potrà valutare l'**Elasticità Incrociata** $\boldsymbol{\varepsilon_{XY}}$ (o anche ε_{X,p_Y}) di X, ovvero la variazione nella sua quantità domandata al variare del prezzo del bene Y.

In particolare, si avrà $\varepsilon_{XY} = \frac{dX}{dp_Y} \cdot \frac{p_Y}{X} = \frac{\Delta\%X}{\Delta\%p_Y}$.

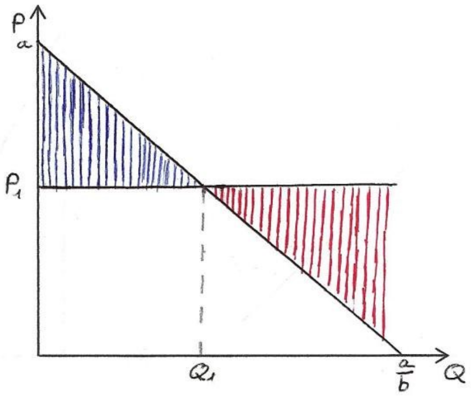
Se X e Y sono <u>Sostituti</u>, si avrà $\varepsilon_{XY} > 0$: un aumento del prezzo di Y causerà un aumento della quantità domandata del suo sostituto e viceversa, se Y dovesse diventare più economico il consumatore tenderebbe ad acquistarne di più, diminuendo il consumo di X.
Se i due beni sono <u>Complementi</u>, $\varepsilon_{XY} < 0$: infatti, un aumento del prezzo di uno dei due beni causa una riduzione della quantità domandata di entrambi, dal momento che vanno utilizzati congiuntamente; viceversa per una riduzione del prezzo, che fa sì che il consumatore acquisti maggiori quantità di entrambi i beni.
Si avrà invece $\varepsilon_{XY} = 0$ nel caso <u>Cobb-Douglas</u>: la quantità domandata di un bene è indipendente dal prezzo dell'altro bene.

L'**Elasticità della Domanda al Reddito** misura la variazione della quantità domandata di un bene X al variare del reddito disponibile per il consumatore M: si avrà dunque $\boldsymbol{\eta} = \frac{\boldsymbol{dX}}{\boldsymbol{dM}} \cdot \frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{X}} = \frac{\Delta\%\boldsymbol{X}}{\Delta\%\boldsymbol{M}}$.

η sarà > 0 per i <u>beni normali</u> e < 0 per i <u>beni inferiori</u>. In particolare, si avrà $\eta > 1$ per i beni di lusso, per i quali, all'aumentare del reddito, cresce la quota di M destinata al loro acquisto; invece, $0 < \eta < 1$ per i beni di prima necessità:
all'aumentare del reddito, la quota del reddito stesso da destinare al loro acquisto scenderà, dal momento che il consumatore tenderà a preferire loro dei beni di migliore qualità.

1.7.5 Curva di Domanda e Surplus del Consumatore

La Curva di Domanda può essere utilizzata anche per arrivare a un'altra interpretazione del **Surplus del Consumatore**, già definito in precedenza.



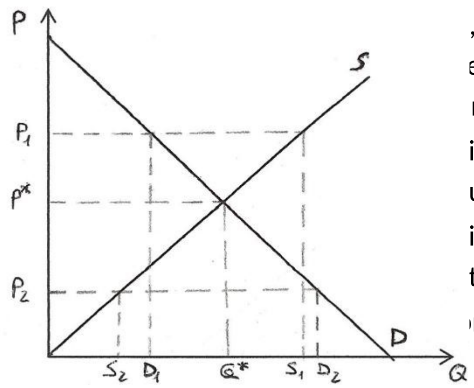
Data la Curva in figura e supponendo di avere $P = P_1$, con tale valore che rimane costante, il consumatore sceglierà di acquistare una quantità Q_1.
La Curva di Domanda può essere interpretata anche come curva del Beneficio Marginale: le altezze verticali della Curva, infatti, rappresentano quanto il soggetto è disposto a spendere per acquisire un'unità in più del bene; tracciando una retta orizzontale all'altezza di P_1, si possono individuare un'area triangolare a sinistra di Q_1 e una a destra di tale valore: il triangolo a

sinistra rappresenta il Surplus positivo, mentre l'area a destra rappresenterà il Surplus negativo. Risulta quindi chiaro che il Surplus del Consumatore sarà massimo nel punto di coordinate (Q_1, P_1).

Si può quindi interpretare il Surplus del Consumatore come <u>l'area compresa tra la linea del prezzo e la Curva di Domanda, fino alla quantità domandata/consumata</u>.

In formula, si ha $S_C = \frac{Q_1 \cdot (a - P_1)}{2}$, ragionando sulla <u>Curva di Domanda Inversa</u> di tipo $P = a - bQ$.

1.7.6 Nozione di Equilibrio



, sarà possibile trovare una Curva di Offerta S crescente per definizione. Entrambe e disponibilità delle parti (produttore e consumatore) in funzione del prezzo di un mercato.

il prezzo è elevato, quindi il produttore sarà intenzionato a produrre di più; tuttavia, ufficiente a consumare tutto il bene prodotto: ci sarà <u>eccesso di offerta</u>.

incentiva la domanda, ma l'offerta non sarà sufficiente per fornire il bene a tutti to sarà quindi il caso di un <u>eccesso di domanda</u>.

rezzo ottimo P^*, in cui $S = D$: il produttore produrrà esattamente la quantità ovvero la quantità ottima Q^*. Questo concetto verrà sviluppato meglio in seguito.

2. Scelte in Condizioni di Incertezza

2.1 Incertezza e Propensione al Rischio

2.1.1 Incertezza, Lotterie, Probabilità e Indicatori di Rischio

Nell'ambito della microeconomia, per **Incertezza** si intende la non conoscenza delle conseguenze di una scelta al momento in cui la scelta viene compiuta da un soggetto.
L'esempio tipico è un investimento di qualsiasi genere, oppure una <u>lotteria</u>, un caso particolare di variabile casuale con un determinato numero di esiti, ovvero di somme monetarie, ai quali viene associata una probabilità.

Gli esiti di una lotteria saranno rappresentati come: $x = \begin{cases} x_1 & p_1 \\ x_2 & p_2 \\ x_3 & p_3 \\ \dots & \dots \\ x_n & p_n \end{cases}$, con x esiti e p probabilità.

Si nota che $0 \leq p_i \leq 1$ e che $\sum_i p_i = 1$.

Per quanto riguarda le probabilità, esse potranno essere oggettive o soggettive: nel caso di una lotteria ad estrazione, ad esempio, ci saranno probabilità oggettive e (solitamente) uguali per ogni esito, mentre nel caso di un investimento in borsa le probabilità potranno essere intese anche in modo soggettivo. Per semplicità, inoltre, si suppongono probabilità uguali per tutti i soggetti coinvolti, come nelle assicurazioni.

Nel caso delle variabili casuali, ovvero delle lotteria, è possibile utilizzare due indicatori, il <u>valore atteso</u> e la <u>varianza</u>. Il **Valore Atteso** (Media) indica quanto un soggetto può ottenere, in media, tra le variabili possibili, ovvero gli esiti della lotteria.
Si dirà quindi che $\boldsymbol{EV(L) = \sum_i x_i p_i}$, dove $EV(L)$ indica il "valore atteso di una lotteria".

Il Valore Atteso può essere considerato un bene, dal momento che, se esso aumenta, aumenterà anche il beneficio per il soggetto. Tuttavia, occorre ricordare che esiste anche un Costo di Partecipazione alla lotteria: si dirà che la lotteria è **equa** se $EV(L) =$ Costo di Partecipazione. Va ricordato che, nella realtà, non esistono lotterie eque, dal momento che l'organizzatore di una lotteria aumenterà il Costo di Partecipazione per avere un guadagno.

Un altro indicatore è la **Varianza**, ovvero la media (ponderata con le probabilità) delle distanze tra i possibili esiti della lotteria e il valore atteso, prese al quadrato. Si tratta di un indicatore di rischio, rappresentato da un numero, e pari a $\boldsymbol{Var(L) = \sum_i \left(x_i - EV(L)\right)^2 \cdot p_i}$.
Se $Var(L)$ ha un valore molto alto, significa che la lotteria prevede un alto livello di rischio; viceversa, una varianza contenuta è tipica di una lotteria poco rischiosa.
Nel caso particolare in cui ci sia un esito certo, ovvero con $p = 1$, si avrà $Var(L) = 0$.

2.1.2 Diversi Tipi di Propensione al Rischio

Mentre un aumento di Valore Atteso, in quanto bene, è sempre gradito da ogni soggetto, diversi soggetti reagiranno diversamente a un aumento della Varianza di una lotteria. In particolare:

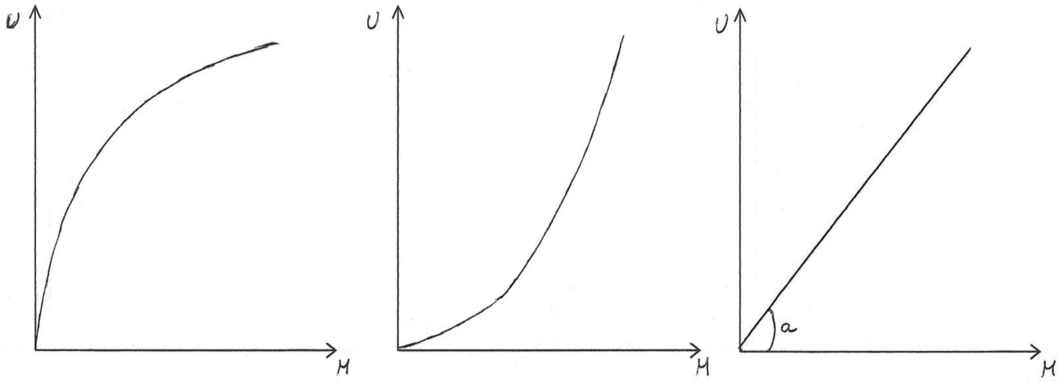
- Si dice **Avverso al Rischio** un soggetto che, tra diverse lotterie eque con uguale EV, preferisce quella con varianza minima.
- Si dice **Propenso al Rischio** (o **Amante del Rischio**) un soggetto che, tra diverse lotterie eque con uguale EV, preferisce quella con varianza massima.
- Si dice **Neutrale al Rischio** un soggetto che, tra diverse lotterie eque con uguale EV, è indifferente.

Per il primo di questi soggetti, dunque, la Varianza è un male e la scelta migliore è quella che prevede il minor livello di questo male; per il soggetto Propenso al Rischio, invece anche la Varianza è un bene, al pari del Valore Atteso: aumentandola, aumenta il suo beneficio derivante dalla partecipazione alla lotteria.

2.2 Utilità di una Lotteria

2.2.1 Funzioni di Utilità

Anche dopo aver formalizzato le definizioni di Valore Atteso, Varianza e Propensione al Rischio, non ci sono dati sufficienti per un ordinamento completo delle lotterie: occorrono altri dati, come la definizione di una **Funzione di Utilità** per le somme monetarie M di un soggetto.
Ovviamente, una funzione di questo tipo sarà sempre crescente: aumentando la somma monetaria in possesso di un soggetto, aumenta anche l'Utilità che il soggetto ne ricava. Si può dire quindi che, con $M \geq 0$, $U(M)$ sarà tale che la sua derivata $U'(M) > 0$.



Per quanto riguarda la rappresentazione grafica, una Funzione di Utilità di questo genere sarà rappresentabile, a seconda della sua forma, come una linea concava, convessa o retta: ad esempio, la funzione $U = \sqrt{M}$ sarà concava, $U = M^2$ sarà convessa e $U = aM$ sarà una linea retta.

Volendo generalizzare e rappresentando una generica funzione di Utilità come $U(M) = aM^{\alpha}$, con $\alpha > 0$, si avrà che:

- Se $\alpha > 1$, la funzione sarà <u>convessa</u>;
- Se $\alpha < 1$, la funzione sarà <u>concava</u>;
- Se $\alpha = 1$, la funzione sarà <u>lineare</u>.

2.2.2 Utilità Attesa e Utilità del Valore Atteso

Un soggetto prova interesse per una lotteria non a seconda della somma monetaria che ne può ricavare, ma dall'Utilità che ne ricaverà. Sarà quindi utile trovare un <u>Valore Atteso dell'Utilità</u>.

Data $\begin{cases} A & p \\ B & (1-p) \end{cases}$, si potrà dire che essa equivale, dal punto di vista dell'Utilità, a $\begin{cases} U(A) & p \\ U(B) & (1-p) \end{cases}$.

Quindi, $EV(L) = Ap + B(1-p)$ e, dal punto di vista dell'Utilità, si potrà trovare allo stesso modo l'**Utilità Attesa** $\boldsymbol{EU} = U(A) \bullet p + U(B) \bullet (1-p)$.

Dal momento che EU verrà riconosciuta da tutti i soggetti come un bene, esattamente come EV, si potrà enunciare il **Principio dell'Utilità Attesa**, secondo il quale <u>tra diverse lotterie con uguale costo di partecipazione, qualsiasi soggetto sceglierà quella con massima EU</u>.

Siccome ad ogni lotteria sarà possibile associare un'Utilità Attesa, è possibile utilizzare questo criterio per ricavare un ordinamento completo delle lotterie.

Supponendo di esaminare la lotteria $\begin{cases} A & \frac{1}{2} \\ B & \frac{1}{2} \end{cases}$, e supponendo che tale lotteria sia equa, ovvero che il suo EV (in questo caso pari alla media aritmetica tra A e B) sia pari al costo di partecipazione, si traccia il grafico della funzione di utilità del soggetto decisore.

GRAFICO

Il soggetto potrà quindi decidere di partecipare alla lotteria, pagando EV, oppure di non partecipare, conservando tale somma di denaro. Decidendo di partecipare, potrà ottenere una $EU = \frac{U(A)}{\ } + \frac{U(B)}{\ }$, rappresentata da una retta orizzontale

2 2 in quanto costante, mentre, se sceglie di non partecipare, conserverà un'utilità $U(EV)$, ovvero l'**Utilità del Valore Atteso**. Nel caso in figura, $U(EV) > EU$: il soggetto sceglierà di non partecipare alla lotteria, ovvero sceglierà l'opzione di scelta che presenta Varianza minore. Si tratta di un Avverso al Rischio.

GRAFICO

Generalizzando il caso dell'Avverso al Rischio, si può dire che un soggetto del genere non parteciperà mai a una lotteria equa, per il motivo spiegato sopra. Tuttavia, se si costringesse un soggetto del genere a partecipare a una tra due lotterie eque come quelle in figura, ovvero $L_1 = \begin{cases} A & \frac{1}{2} \\ B & \frac{1}{2} \end{cases}$ e $L_2 = \begin{cases} A' & \frac{1}{2} \\ B' & \frac{1}{2} \end{cases}$, sceglierà sicuramente quella con Varianza minore, ovvero la seconda.

Inoltre, L_2 risulterà preferibile perché $EU_2 > EU_1$: la perdita di utilità nel calo da A ad A' è più che compensata dall'aumento di utilità nel passaggio da B a B'.

Questo esempio rappresenta il motivo per cui la maggior parte delle persone preferisce assicurarsi: infatti, $(A - A')$ si può identificare come il premio assicurativo, A e B rappresentano i due esiti senza assicurazione e A' e B', ovvero la lotteria preferibile, rappresentano gli esiti con assicurazione.

Ragionando sulla forma del grafico, la forma concava sarà tipica del soggetto Avverso al Rischio: prendendo $p = \alpha$, si avrà $U[\alpha A + (1 - \alpha)B] > \alpha U(A) + (1 - \alpha)U(B)$, formulazione alternativa di $U(EV) > EU$ che corrisponde alla definizione di funzione concava.

Un soggetto Propenso al Rischio, invece, avrà una funzione di utilità di forma convessa, nella quale, con la medesima lotteria, $EU > U(EV)$.

Nel caso di un soggetto Neutrale al Rischio, si avrà $EU = U(EV)$ e un grafico lineare.

2.3 Assicurazioni

2.3.1 Assicurazioni e Lotterie

Come già accennato nel paragrafo precedente, un'**assicurazione** ha l'effetto di ridurre la Varianza in una lotteria grazie all'effetto di un Premio assicurativo e di un Risarcimento, pertanto risulta un'alternativa gradita ai soggetti Avversi al Rischio.

A seconda dei tipi di assicurazione, essi potranno prevedere un Risarcimento parziale (ad esempio, pari al doppio del Premio versato dall'assicurato) oppure un Risarcimento integrale, che andrà a coprire l'intero danno subito dal soggetto assicurato.

Rappresentando con W la ricchezza iniziale del soggetto assicurato, con D il danno che rischia di subire e con p la probabilità di subire effettivamente il danno, il caso di un'assicurazione con Risarcimento integrale può essere rappresentato da una lotteria del tipo $\begin{cases} W & (1 - p) \\ W - D & p \end{cases} => W(1 - p) + (W - D)p = W - pW + pW - pD = W - pD = EV$.

Un'assicurazione a Risarcimento integrale, dunque, mette l'assicurato in una condizione certa: in ogni caso, otterrà sicuramente W, in cambio del pagamento di un Premio pari a pD, ovvero pari al danno atteso. Un soggetto Avverso al Rischio, quindi, accetterà sicuramente queste condizioni per poter avere tale certezza.

<u>N.B.:</u> La situazione in cui il Premio è esattamente pari al danno atteso è tipica di un'**assicurazione equa**. Nella realtà, così come avveniva per le lotterie, questa situazione non si verificherà mai, dal momento che anche l'assicuratore dovrà ottenere un vantaggio dalla sua attività.

Esempio: un soggetto ha una Funzione di Utilità $U = \sqrt{M}$, $W = 100$, $D = 100$ *con* $p = \frac{1}{2}$.

Quindi, si ha una lotteria del tipo $\begin{cases} 100 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow EV = 50$. *Quindi, il premio equo per il risarcimento integrale sarà* $pD = 50$.

Conviene per il soggetto? Senza assicurazione, si avrà $EU = \sqrt{100} \cdot \frac{1}{2} + 0 = 5$*; con assicurazione, invece,* $U(EV) = \sqrt{50} \cong 7{,}1$.

Quindi, $U(EV) > EU$*: il soggetto preferisce assicurarsi, infatti è avverso al rischio; inoltre, si nota che, pur di avere la certezza, tale soggetto sarà disposto a pagare anche un premio più alto rispetto a quello equo.*

2.3.2 Equivalente Certo

Si definisce **Equivalente Certo** di una lotteria ($\boldsymbol{CE}$, *Certainty Equivalent*) una somma di denaro tale che, se posseduta con certezza, dà al soggetto la stessa utilità della lotteria. Quindi, si avrà $U(CE) = EU(L)$.

GRAFICO

Partendo da EU, si potrà trovare CE sull'asse di M. Si nota subito che c'è differenza tra CE e EV: in particolare, in questo caso il soggetto (Avverso al Rischio) sarà disposto a rinunciare a parte di EV, ovvero a pagare un premio anche superiore a quello equo, fino ad arrivare a CE.
Il valore $EV - CE$ si dice **Premio per il Rischio** ma <u>non rappresenta il premio da pagare all'assicuratore</u>: è, invece, la parte di EV che il soggetto è disposto a pagare per liberarsi dell'incertezza.
Nel caso opposto di un soggetto Propenso al Rischio, invece, ci sarà la situazione inversa: si avrà infatti $EV - CE < 0$, il che significa che il soggetto vorrà essere pagato per liberarsi dell'incertezza.

2.4 Informazione Asimmetrica

2.4.1 Informazione Nascosta

La situazione di informazione asimmetrica in cui si ha **Informazione Nascosta** prevede la presenza di uno stesso bene in due diverse qualità, dette A (alta qualità) e B (bassa qualità). La particolarità sta nel fatto che l'acquirente di tale bene non è in grado di riconoscere le due qualità, mentre il venditore sa distinguerle.

GRAFICI

Le due diverse qualità del bene danno origine a due diversi mercati, con due diversi punti di equilibrio $(Q_A,\ P_A)$ e $(Q_B,\ P_B)$. In questi grafici, si presuppone che ci sia <u>informazione simmetrica</u>, ovvero che anche gli acquirenti sappiano distinguere le due qualità del bene: infatti, si nota come l'offerta dei beni di alta qualità sia più alta rispetto a quella dei beni di bassa qualità.

Tuttavia, se si ipotizza che l'acquirente non abbia la possibilità di distinguere i due beni, è ragionevole pensare che sia disposto a pagare un prezzo che si trova a metà strada tra P_A e P_B: la probabilità di trovare un bene di alta qualità, infatti, sarà pari a $\frac{1}{2}$, quindi il prezzo che è disposto ad offrire sarà corrispondente alla media dei due prezzi.

GRAFICO

Unendo i due grafici precedenti in un solo diagramma, si potranno distinguere le Curve di Offerta S_A e S_B, con le rispettive Curve di Domanda D_A e D_B, tipiche di una situazione di informazione simmetrica.
Tuttavia, l'asimmetricità dell'informazione fa sì che la Domanda si sposti sulla Curva D_M, che si trova a metà strada rispetto alle due Curve di Domanda precedenti. Posizionandosi su tale curva, si nota che la quantità domandata del bene A si contrae (da Q_A a Q_{A2}), mentre aumenta la quantità domandata del bene B (da Q_B a Q_{B2}).
Supponendo poi che l'informazione torni simmetrica, la Domanda andrà a posizionarsi su un'altra Curva più bassa, denominata D_{M2}: la Domanda si abbassa, mentre aumenta la probabilità di trovare un bene B. Andando avanti in questo senso, la Curva di Domanda andrà a coincidere con la Curva D_B.

Quanto osservato sul grafico precedente significa che, in seguito alla disinformazione, il mercato del bene di alta qualità tende a scomparire, a vantaggio del mercato B: questo meccanismo è denominato **Selezione Avversa** e fa sì che rimanga solamente il mercato del bene di bassa qualità, che, in condizioni normali, risulterebbe invece penalizzato.
Chi vuole operare nel mercato dei beni di alta qualità, quindi, sarà in una condizione tale da non riuscire a convincere i potenziali acquirenti che il suo bene è di qualità maggiore: il bene B è stato mascherato bene, tanto da farlo sembrare indistinguibile da un bene di alta qualità.

Esistono dei rimedi a questa situazione: due di essi, ovvero l'intervento di un esperto che aiuti l'acquirente ad esaminare il bene che sta per comprare e la certificazione del bene da parte di un ente specializzato, prevedono dei costi diretti per acquirente o venditore, pertanto risultano meno preferibili; un rimedio più conveniente ed utilizzato è la <u>garanzia tecnica</u>: il venditore si impegna a pagare eventuali costi di sostituzione o riparazione del bene. La garanzia sarà preferita dal venditore di un bene di alta qualità: il bene B, infatti, è di bassa qualità e il suo venditore sa che saranno necessarie delle riparazioni, pertanto preferirà non offrire garanzie.
<u>La garanzia è quindi indice di alta qualità</u> ed è un fattore che può permettere di separare nuovamente i due mercati.

Il meccanismo della garanzia si può applicare anche in mercati diversi, come il mercato del lavoro: nel caso in cui non ci siano criteri o segnali particolari per distinguere i candidati, il datore di lavoro rischia, offrendo una paga a metà strada, di perdere tutti i candidati migliori. Anche qui, avrà la possibilità di affidarsi ad esperti, sostenendo costi diretti, oppure potrà applicare il metodo delle garanzie: offrendo ai candidati un contratto di prova senza impegno di assunzione, ad esempio, vedrà la sua offerta accettata dai candidati preparati e sicuri delle loro capacità, mentre i candidati con minori competenze non accetteranno l'offerta, perché sanno di non poter competere.
Anche nel mercato del credito alle imprese si può ragionare in questi termini: se non si conosce la rischiosità di un'impresa e si decide di aumentare per tutti il tasso di interesse, si perderanno i clienti meno rischiosi. Pertanto, si utilizzano anche in questo caso delle garanzie, come le fideiussioni.

2.4.2 Azione Nascosta

La situazione di **Azione Nascosta** prevede un contratto iniziale ormai concluso, con particolarità a livello del comportamento tenuto da una delle due parti.
Un esempio tipico è quello del <u>Comportamento Negligente</u> (*Moral Hazard*) tenuto da un soggetto dopo aver concluso un contratto di assicurazione. Ad esempio, all'inizio del secolo scorso, negli Stati centrali degli USA non c'era l'abitudine di assicurarsi contro l'incendio: prima dell'introduzione delle assicurazioni, c'era una bassa probabilità di incendio dal momento che tutti i soggetti prestavano molta attenzione ad evitare di provocarne uno; dopo essersi assicurati, tuttavia, la probabilità di incendio si alzava perché i soggetti iniziavano ad assumere comportamenti più negligenti.

Prendendo in esame sempre l'esempio degli incendi, prima di assicurarsi si ha una situazione del tipo $\{ \begin{matrix} D & p \end{matrix}$, con D 0 $(1-p)$ che rappresenta il danno subito in seguito all'incendio. Pertanto, il danno atteso sarà $EV = pD + (1-p)0 = pD$.

Per evitare il danno, un soggetto potrà decidere di prendere delle precauzioni, indicate come Pr: se $Pr \uparrow \rightarrow p \downarrow \rightarrow pD \downarrow$. Per capire quante precauzioni conviene prendere, si studiano i loro Benefici e Costi Marginali: il MB è la riduzione di danno atteso (ovvero di quanto diminuisce p per ogni unità di precauzioni in più), mentre il MC rappresenta il costo necessario per prendere una precauzione in più.

GRAFICO

Si considera dunque MC costante per ipotesi, quindi lineare, mentre MB è decrescente. Pr^* si trova nel punto in cui le due rette si intersecano; tuttavia, si deve ricordare che, pur prendendo Pr^*, la probabilità che si verifichi l'incendio non si annulla: per arrivare a un livello di precauzioni tale che $p = 0$, bisognerebbe prendere delle ulteriori precauzioni, ma questo non converrebbe al soggetto, dal momento che, oltre Pr^*, si avrà $MC > MB$.

A questo punto, il soggetto decide di assicurarsi: sceglie di pagare un premio e si aspetta, in caso di incendio, di ricevere un risarcimento R. In questo caso, cosa succede alle Pr?
Con l'introduzione del risarcimento, il danno diventa $D - R$: si avrà quindi un danno atteso pari a $EV = p(D - R)$. La resa economica delle precauzioni, dunque, si abbassa perché esse libereranno il soggetto da una minore quantità di danno.

GRAFICO

Tracciando sul grafico le due rette MB_{NA} (Beneficio Marginale dei Non Assicurati) e MB_{SA} (Beneficio Marginale degli Assicurati), si nota che Pr_1, ovvero la quantità ottima di precauzioni prese da un soggetto assicurato, è minore rispetto alla quantità ottima di precauzioni per un soggetto non assicurato: un soggetto assicurato, dunque, si comporta in modo più negligente.
Lo stesso meccanismo si applica anche in settori diversi: ad esempio, se non ci sono degli incentivi che vanno a premiare i dipendenti con risultati migliori, l'impegno generale dei lavoratori tenderà a calare.

Nel campo delle assicurazioni, esistono dei metodi per responsabilizzare gli assicurati, come le franchigie (soglie minime di risarcimento) e i massimali (soglie massime).
Gli effetti del comportamento negligente ricadono sull'intera società: la somma dei danni subiti da assicurato ($D - R$) e assicuratore (R) sarà il danno intero, ovvero D. In sostanza, è come se ci si trovasse sul primo grafico esaminato: la soluzione ideale sarà prendere Pr^* precauzioni.

3. Produzione e Costi

3.1 Prime Note sulla Produzione

3.1.1 Produzione, Costi e Ricavi Marginali

A un soggetto come il consumatore, che punta a massimizzare il proprio benessere derivante dal consumo, l'**Impresa**, ovvero il **Produttore**, è definita come un soggetto che punta a massimizzare il profitto, ovvero la differenza tra i Ricavi Totali TR e i Costi Totali TC.
Quindi, il profitto del produttore può essere interpretato come il suo Surplus, esattamente come accadeva per il consumatore; inoltre, sempre analogamente a quel caso, la condizione necessaria per ottenere il massimo surplus sarà quella in cui si realizza l'uguaglianza tra i due marginali, ovvero in cui $MR = MC$; graficamente, supponendo che entrambe le grandezze dipendano dalla quantità prodotta, questa Scelta Ottima sarà situata in corrispondenza della quantità in cui le curve di MR e MC si intersecano.

3.1.2 Produzione con un solo Fattore di Produzione

Supponendo di voler ottenere l'output Q e di poterlo ottenere utilizzando un solo fattore di produzione, ovvero il lavoro L, sarà possibile trovare una **Funzione di Produzione** che indica le diverse quantità di output che si possono ottenere con l'impiego di diverse quantità di lavoro: tale funzione sarà quindi indicata come $Q = f(L)$.

Indicando con w (*wage*) il <u>Salario</u>, ovvero il prezzo unitario del Lavoro, che resta costante per ipotesi, e con p il <u>Prezzo di Vendita</u> unitario praticato dall'impresa sui suoi output, costante anch'esso, sarà possibile formulare il profitto in un altro modo: il ricavo totale sarà pari a $TR = pQ = p \bullet f(L)$, mentre i costi da sostenere saranno pari a $TC = wL$, pertanto il profitto, che si indica con Π, sarà uguale a $\Pi = p \bullet f(L) - wL$.

Per trovare il massimo profitto, ovvero la Scelta Ottima, si ha come condizione necessaria che la derivata del Profitto rispetto al Lavoro sia nulla. Si avrà quindi: $\frac{d\Pi}{dL} = p \bullet f'(L) - w = 0$, ovvero $p \bullet f'(L) = w$.

Ragionando su questa formulazione dal punto di vista del Lavoro, si può dire che, per massimizzare il Profitto, conviene utilizzare lavoro fino a che il MC che ne deriva è minore rispetto al MR che si può ottenere: infatti, $w = MC$, ovvero il costo di un'ulteriore ora di Lavoro che viene utilizzata, mentre $p \bullet f'(L) = MR$, ovvero il ricavo che si ottiene impiegando un'ora di Lavoro in più. Quest'ultima affermazione è vera perché $f'(L)$, derivata del prodotto rispetto al lavoro, misura <u>quanto prodotto in più si può ottenere utilizzando un'unità aggiuntiva di Lavoro</u>: si può quindi dire che $f'(L) = MP_L$, ovvero il **Prodotto Marginale del Lavoro**.

Riscrivendo la relazione precedente in funzione del Prezzo, ovvero come $p = \frac{w}{f'(L)}$, la si potrà interpretare di nuovo come

$MR = MC$, stavolta ragionando sulla quantità di prodotto: infatti, si può dire che $p = MR$, ovvero il ricavo per un'unità di output in più, mentre $\frac{w}{f'(L)} = MC$. Questo si spiega perché $\frac{1}{f'(L)}$ misura la quantità di lavoro necessaria per ottenere un'unità in più di prodotto: moltiplicando questa grandezza per il costo unitario del lavoro, si otterrà il Costo Marginale.

3.1.3 Prodotto Medio e Prodotto Marginale

Dato un qualsiasi fattore della produzione, è possibile individuare il suo **Prodotto Medio $\boldsymbol{AP}$**, pari al rapporto tra l'output totale e la quantità di fattore utilizzato. Nel caso del Lavoro, ad esempio, si avrà $AP_L = \frac{Q}{L} = Q \bullet L^{-1}$.

Esiste una relazione tra Prodotto Medio e Prodotto Marginale: in corrispondenza di una determinata quantità di output, infatti, se $MP > AP$, allora AP aumenterà all'aumentare della quantità di output.
Viceversa, se $MP < AP$, allora AP diminuirà all'aumentare della quantità di output, mentre, nel caso in cui $MP = AP$, AP resterà costante anche in caso di aumento dell'output.

Si può dimostrare quanto appena detto pensando all'andamento del Prodotto Medio al variare dell'output come alla derivata del Prodotto Medio rispetto all'output. Questo si può esprimere come: $\frac{dAP^L}{dQ} = \frac{d(Q \cdot L^{-1})}{dQ} = \frac{d(f(L) \cdot L^{-1})}{dQ} = f'(L) \cdot L^{-1} + f(L) \cdot (-L^{-2}) = L^{-1}(f'(L) + f(L) \cdot L^{-1}) = \frac{1}{L}(f'(L) + f(L) \cdot L^{-1}) = \frac{1}{L}(MP_L - AP_L)$.

Questo implica che, dal momento che $\frac{1}{L} > 0$, il Prodotto Medio è crescente rispetto alla Quantità (ovvero $\frac{dAP_L}{dQ} > 0$) se e solo se $(MP_L - AP_L) > 0$.

3.1.4 Prodotto Marginale con Più Fattori

Quando, per mettere in atto una produzione, occorrono più fattori, sarà necessario generalizzare la nozione di Prodotto Marginale. Il significato generalizzato di MP, dunque, continuerà ad essere l'aumento di output che si ottiene aumentando di un'unità la quantità di fattore utilizzata, ma tenendo fisse le quantità degli altri fattori: in pratica, si tratta di fare la derivata parziale della funzione di produzione rispetto al fattore che si vuole studiare.

Ad esempio, considerando una funzione $Q = f(K, L)$, che prevede quindi due fattori, si avrà che $MP_L = \frac{\delta Q}{\delta L}$, mentre $MP_K = \frac{\delta Q}{\delta K}$.

3.1.5 Funzioni di Produzione Notevoli

Considerando per semplicità una funzione di produzione con due fattori, ovvero il Lavoro L e il Capitale K, e ottenendo di conseguenza una funzione di tipo $Q = f(K, L)$, è possibile individuare tre tipi di funzione di produzione notevoli, analoghe a quelle osservate dal punto di vista dei consumatori.

GRAFICO

La funzione di produzione di tipo Cobb-Douglas ha una forma $Q = L^{\alpha}K^{\beta}$, con tutti i parametri positivi e forma moltiplicativa.
Considerando l'ipotesi di breve periodo con Capitale fisso, si avrà K^{β} costante e lo si potrà indicare semplicemente con k.
Sarà quindi semplice calcolare il Prodotto Marginale del Lavoro: $MP_L = \frac{dQ}{dL} = k\alpha L^{\alpha-1}$.

Da questa formulazione si nota che, se $\alpha < 1$, $\alpha - 1$ diventa negativo, pertanto, nel Prodotto Marginale, L andrà al denominatore. Si può quindi dire che, con $\alpha < 1$, all'aumentare di L diminuirà il suo MP_L.
Allo stesso modo, si noterà che, se $\alpha > 1$, MP_L sarà crescente, mentre, con $\alpha = 1$, si avrà Prodotto Marginale costante.

GRAFICO

La funzione di produzione lineare ha una forma $Q = aL + bK$, con parametri positivi e forma additiva. Supponendo sempre di essere nel breve periodo, con Capitale fisso, si avrà $MP_L = \alpha$.

GRAFICO

La funzione di produzione di Leontief sarà pari a $Q = min\{aL; bK\}$, sempre con parametri positivi: sarà dunque pari al minore tra i due termini considerati.
Supponendo sempre un'ipotesi di breve periodo, il Prodotto Marginale del Lavoro varierà a seconda dei casi: con $aL > bK$, infatti, si avrà $Q = min\{aL; bK\} = bK$ e, se L aumenta, tale equazione non cambia. Pertanto, in questo caso, si avrà
$MP_L = 0$.

Nel caso opposto, in cui $aL < bK$, si avrà $Q = min\{aL;\, bK\} = aL$: un aumento di L di scarsa entità non farà cambiare la disuguaglianza, quindi neanche la forma dell'equazione, pertanto si avrà $MP_L = a$. Un aumento considerevole di L, invece, farà si che $aL > bK$, riportando quindi al caso precedente.

3.1.6 Saggio Marginale di Sostituzione Tecnica

GRAFICO

Ragionando dal punto di vista del lungo periodo, data una qualsiasi funzione di produzione, si potrà definire un numero indefinito di **isoquanti**, ovvero di curve rappresentanti funzioni di produzione per le quali, al variare dei fattori, la quantità di output rimane costante: un isoquanto rappresenta una funzione del tipo $F(L,\, K) = Q$.
Si tratta di un'analogia con la teoria del consumatore: gli isoquanti sono un concetto parallelo a quello delle Curve di Indifferenza.

Sempre riferendosi alla teoria del consumatore, parallelamente al Saggio Marginale di Sostituzione, si potrà trovare, dal punto di vista del produttore, un **Saggio Marginale di Sostituzione Tecnica**, $\boldsymbol{MRTS}$, che rappresenta il saggio a cui un fattore può essere sostituito con un altro, senza alterare il livello totale di output ottenuto.
Esso rappresenta la pendenza dell'isoquanto in ogni suo punto, analogamente a quanto avveniva con Curve di Indifferenza e MRS.

Dal momento che, per ottenere una stessa quantità di output, l'aumento di un fattore verrà bilanciato da una diminuzione dell'altro, si può dire che le variazioni dei fattori avranno segno opposto e determineranno una variazione nulla dell'output. Definendo ΔK e ΔL le variazioni dei fattori, la variazione di output da essi derivante sarà pari a $\Delta K \bullet MP_K$ e $\Delta L \bullet MP_L$; inoltre, si avrà $\Delta K \bullet MP_K + \Delta L \bullet MP_L = 0$, perché la variazione di output sarà nulla.

Si avrà quindi $\Delta K \bullet MP_K = -\Delta L \bullet MP_L \Rightarrow \frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = MRTS$.

Nei tre casi particolari:

- In Cobb-Douglas, si ha $MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{\alpha K^{\beta} L^{\alpha-1}}{\beta K^{\beta-1} L^{\alpha}} = \frac{\alpha}{\beta} \bullet \frac{K}{L}$.

  Inoltre, si nota che, se $\alpha > 1$, si ha $L \uparrow \rightarrow MP_L \uparrow$, mentre, se $\alpha < 1$, si ha $L \uparrow \rightarrow MP_L \downarrow$. Se il Prodotto Marginale è decrescente, si applica la **Legge dei Rendimenti Marginali Decrescenti**: se vengono aggiunte uguali quantità di un input variabile, tenendo costanti le quantità degli altri fattori, i conseguenti incrementi dell'output inizieranno, a un certo punto, a diminuire.

- Nella funzione di produzione lineare, $MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{a}{b}$.

- Nella funzione di produzione di Leontief, si aprono i consueti due casi.

Se $aL > bK, Q = bK$. Quindi, $MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = 0$.

Se $aL < bK, Q = aL$. Quindi, $MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} = \frac{a}{0} = \infty$.

3.2 Rendimenti di Scala

3.2.1 Definizione

Dopo aver studiato l'andamento dei Rendimenti Marginali, ovvero le variazioni di uno solo dei fattori di produzione, si può passare ad esaminare i casi in cui entrambi i fattori di produzione subiscono delle variazioni.
In particolare, i **Rendimenti di Scala** mostrano cosa accade alla quantità di output che viene ottenuta se i fattori di produzione variano <u>nella medesima proporzione</u>, ovvero quando $\Delta\%L = \Delta\%K$.
In questa situazione, si potranno quindi definire i Rendimenti di Scala come $\frac{\Delta\%\boldsymbol{Q}}{\Delta\%(\boldsymbol{L},\boldsymbol{K})}$.

A seconda del valore che assumono tali Rendimenti, si potranno osservare diverse situazioni:

- Se $\frac{\Delta\%Q}{\Delta\%(L,K)} > 1$, si hanno Rendimenti di Scala **crescenti**: la quantità di output aumenta in modo più che proporzionale rispetto alla variazione dei fattori di produzione.
- Se $\frac{\Delta\%Q}{\Delta\%(L,K)} < 1$, si hanno Rendimenti di Scala **decrescenti**: la quantità di output aumenta in modo meno che proporzionale rispetto alla variazione dei fattori di produzione.
- Se $\frac{\Delta\%Q}{\Delta\%(L,K)} = 1$, si hanno Rendimenti di Scala **costanti**: l'aumento percentuale della quantità di output è uguale alla variazione percentuale dei fattori di produzione.

In un'impresa, può avvenire che, per problemi organizzativi di vario genere, si abbiano Rendimenti di Scala decrescenti, quindi un aumento dell'output insoddisfacente rispetto all'aumento di fattori utilizzati. Viceversa, dei Rendimenti di Scala crescenti indicano un'**economia di scala** efficace.

Supponendo, come già detto, che $\Delta\%L = \Delta\%K$, si potrà indicare tale variazione percentuale con d. Indicando con K_0, L_0 le quantità di output prima della variazione e con K_1, L_1 le quantità variate, si può dire che $L_1 = L_0(1 + d) = L_0 \bullet c$ e che $K_1 = K_0(1 + d) = K_0 \bullet c$, con $c = (1 + d) > 1$.
Si otterrà quindi $Q_0 = F(L_0, K_0) \;=>\; Q_1 = F(L_1, K_1) = F(L_0 \bullet c,\ K_0 \bullet c)$. Si può reinterpretare questa formulazione:

- Se $\frac{Q_1}{Q_0} > c$, si è in presenza di Rendimenti di Scala **crescenti**;
- Se $\frac{Q_1}{Q_0} < c$, i Rendimenti di Scala sono **decrescenti**;
- Se $\frac{Q_1}{Q_0} = c$, i Rendimenti di Scala sono **costanti**.

Si può infatti dire che $\frac{Q_1}{Q_0} = \frac{Q_0 + \Delta Q}{Q_0} = 1 + \frac{\Delta Q}{Q_0} = 1 + \gamma$, dove γ rappresenta la variazione percentuale della quantità di output.

3.2.2 Rendimenti di Scala e Funzioni di Produzione

È possibile esaminare i Rendimenti di Scala nella funzioni di produzione standard, Cobb-Douglas, lineare e Leontief.

Nel caso **Cobb-Douglas**, si ha $Q_0 = L_0^{\alpha} \cdot K_0^{\beta}$. Come detto prima, si avrà $L_1 = L_0 \bullet c$ e $K_1 = K_0 \bullet c$, con $c > 1$.
Quindi, $Q_1 = L_1^{\alpha} \cdot K_1^{\beta} = (L_0 \cdot c)^{\alpha} \cdot (K_0 \cdot c)^{\beta} = L_0^{\alpha} \cdot c^{\alpha} \cdot K_0^{\beta} \cdot c^{\beta} = L_0^{\alpha} \cdot K_0^{\beta} \cdot c^{\alpha+\beta} = Q_0 \cdot c^{\alpha+\beta}$.
si avrà $\frac{Q_1}{Q_0} = c^{\alpha+\beta}$, con $c > 1$. Pertanto,

Si potrà quindi dire che, se $c^{\alpha+\beta} > c$, ovvero se $\alpha + \beta > 1$, si avranno Rendimenti crescenti; con $\alpha + \beta < 1$ i Rendimenti saranno decrescenti, mentre con $\alpha + \beta = 1$ si avranno Rendimenti costanti.
Dei Rendimenti crescenti sono rappresentativi di una situazione in cui si possono mettere in atto economie di scala efficaci (ragionando sulle variazioni di output e costi).
Nel caso **Lineare**, si ha $Q_0 = aL_0 + bK_0$; con $L_1 = L_0 \bullet c$ e $K_1 = K_0 \bullet c$, $c > 1$, si avrà $Q_1 = a(L_0 \bullet c) + b(K_0 \bullet c)$.

Quindi, si avrà $Q_1 = c(aL_0 + bK_0) = cQ_0$: pertanto, $\frac{Q_1}{Q_0} = c$, i Rendimenti di Scala saranno sempre **costanti**.

Nel caso **Leontief**, $Q_0 = \min\{aL_0; bK_0\}$; con $L_1 = L_0 \bullet c$ e $K_1 = K_0 \bullet c$, $c > 1$, si avrà $Q_1 = \min\{aL_1;\ bK_1\} = \min\{a(L_0 \bullet c);\ b(K_0 \bullet c)\}$.

Supponendo di avere $aL_0 < bK_0$, $Q_0 = aL_0 \Rightarrow Q_1 = a(L_0 \bullet c) = c \bullet Q_0$: in questo caso, si avrà $\frac{Q_1}{Q_0} = c$ come nel caso Lineare, quindi i Rendimenti di Scala saranno costanti.

Per $aL_0 > bK_0$, $Q_0 = bK_0 \Rightarrow Q_1 = b(K_0 \bullet c) = c \bullet Q_0$: anche qui, $\frac{Q_1}{Q_0} = c$.

Tale conclusione si raggiungerà anche nel caso in cui $aL_0 = bK_0$.
Si può quindi concludere che, anche nel caso Leontief, ci saranno sempre Rendimenti di Scala **costanti**.

3.3 Scelte Ottime e Minimizzazione dei Costi

3.1 Condizione di Minimo Costo

Per arrivare alla scelta della migliore combinazione di fattori produttivi data la quantità di output che si vuole ottenere, si dovrà esaminare l'**isoquanto**, unitamente alla retta dei **Costi Totali**.

GRAFICO

Dato un solo determinato isoquanto convesso $\bar{Q}$, che rappresenta la quantità di output che si vuole ottenere, l'obiettivo di produzione, si dovrà trovare il $\min_{L;K} TC$, ovvero la minore retta dei Costi Totali che abbia un punto di tangenza con l'isoquanto.
Le rette dei Costi Totali avranno equazione $TC = wL + rK$, dove w (*wage*) è il costo unitario del Lavoro (ovvero il salario), mentre r (*rate*) rappresenta il costo del Capitale, ovvero l'interesse. Tenendo fisso un valore di TC, sarà possibile individuare tutte le coppie di K e L per le quali si otterrà tale Costo Totale: si individua quindi sul grafico una curva denominata **isocosto**.

GRAFICO

L'isocosto ha equazione $\overline{TC} = wL + rK \Rightarrow K = \frac{\overline{TC}}{r} - \frac{w}{r}L$: sarà dunque una retta con intercetta verticale $\frac{\overline{TC}}{r}$ e pendenza negativa $-\frac{w}{r}$.

Si può trovare un isocosto per ogni valore possibile di $\overline{TC}$ e, trovando un opportuna retta, si arriverà alla tangenza tra isocosto e isoquanto: si troverà quindi un $\overline{TC}$ ottimo, con K^* e L^*.

La particolarità del punto di Scelta Ottima dei fattori sarà il Saggio Marginale di Sostituzione Tecnica: in questo punto, infatti, si avrà $\boldsymbol{MRTS = \frac{w}{r}}$. Questa condizione è detta **Condizione di Minimo Costo** e rappresenta la condizione di tangenza tra le due curve.

L'altra condizione per la Scelta Ottima sarà l'appartenenza all'isoquanto: $F(L, K) = Q$.

3.3.2 Scelta Ottima nelle Funzioni di Produzione

La procedura per trovare la Scelta Ottima varia a seconda del tipo di Funzione di Produzione.

GRAFICO

Nel caso **Lineare**, occorre confrontare la pendenza dell'isoquanto ($MRTS$) e dell'isocosto ($\frac{w}{r}$), analogamente a quanto andava fatto nel caso dei beni Perfetti Sostituti per il consumatore, con la pendenza della Curva di Indifferenza e del Vincolo di Bilancio: se $\frac{w}{r} > MRTS$, si andrà a considerare il più basso isocosto e si avrà una Scelta Ottima collocata sull'asse verticale. Si avrà $L^* = 0$ quindi $K^* = \frac{Q}{b}$.

Viceversa, se $\frac{w}{r} < MRTS$, si troverà una Scelta Ottima sull'asse orizzontale, pertanto $L^* = \frac{Q}{a}$ e $K^* = 0$.

GRAFICO

Nel caso **Leontief**, analogamente a quanto avveniva per i beni Perfetti Complementi per il consumatore, la Scelta Ottima si troverà sempre sul vertice dell'isoquanto. Quindi, data una funzione $Q = \min\{aL; bK\}$, si avrà $aL^* = bK^* = Q$; quindi, $L^* = \frac{Q}{a}$ e $K^* = \frac{Q}{b}$.

Il caso **Cobb-Douglas** richiede un procedimento più complesso. L'obiettivo sarà sempre quello di trovare la Scelta Ottima facendo sì che si verifichino sia la condizione di tangenza ($MRTS = \frac{\alpha K}{\beta L} = \frac{w}{r}$) che la condizione di appartenenza all'isoquanto ($\bar{Q} = L^{\alpha}K^{\beta}$).

Si avrà quindi: $\begin{cases} \bar{Q} = L^{\alpha}K^{\beta} \\ \frac{\alpha K}{\beta L} = \frac{w}{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K^{\beta} = \bar{Q} \cdot L^{-\alpha} \\ \frac{\alpha K}{\beta L} = \frac{w}{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot L^{-\frac{\alpha}{\beta}} \\ \frac{\alpha K}{\beta L} = \frac{w}{r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot L^{-\frac{\alpha}{\beta}} \\ \frac{\alpha}{\beta} \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot L^{-\frac{\alpha}{\beta}-1} = \frac{w}{r} \end{cases}$.

A questo punto, si potrà sostituire la prima equazione all'interno della seconda.

$$\begin{cases} \frac{K}{L} = \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot L^{-\frac{\alpha}{\beta}-1} \\ \frac{K}{L} = \frac{\alpha w}{\beta r} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{L} = \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot L^{-\frac{\alpha}{\beta}-1} \\ \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot L^{-\frac{\alpha+\beta}{\beta}} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{r}{w} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{L} = \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot L^{-\frac{\alpha}{\beta}-1} \\ \frac{\alpha}{\beta}\bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot \frac{r}{w} = L^{\frac{\alpha+\beta}{\beta}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{K}{L} = \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot L^{-\frac{\alpha}{\beta}-1} \\ L^* = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \cdot \bar{Q}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \cdot \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \end{cases}$$

In questo modo si riesce a trovare la Scelta Ottima del fattore Lavoro.
Si nota come, all'aumentare del costo del Lavoro w, la quantità di tale fattore tenda a diminuire, mentre, se aumenta il costo del Capitale r, si troverà più conveniente aumentare la quantità di Lavoro per diminuire quella di Capitale. Questo avviene perché occorre mantenere l'isoquanto, pertanto K e L si comportano come Sostituti. Inoltre, si nota come, se i Rendimenti di Scala sono crescenti e $\bar{Q} \uparrow$, anche il Lavoro tenderà ad aumentare.
Fatto ciò, occorre arrivare alla Scelta Ottima di K.

$$\Rightarrow \begin{cases} K = \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\frac{\beta}{\alpha+\beta}\cdot\frac{\alpha}{\beta}} \cdot \bar{Q}^{-\left(\frac{1}{\alpha+\beta}\cdot\frac{\alpha}{\beta}\right)} \cdot \left(\frac{r}{w}\right)^{-\left(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\cdot\frac{\alpha}{\beta}\right)} \\ L^* = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \cdot \bar{Q}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \cdot \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = \bar{Q}^{\frac{1}{\beta}} \cdot \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \cdot \bar{Q}^{-\left(\frac{\alpha}{\beta(\alpha+\beta)}\right)} \cdot \left(\frac{r}{w}\right)^{-\left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\right)} \\ L^* = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \cdot \bar{Q}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \cdot \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{K^* = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \cdot \bar{Q}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \cdot \left(\frac{r}{w}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}} \\ \boldsymbol{L^* = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \cdot \bar{Q}^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \cdot \left(\frac{w}{r}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}} \end{cases}.$$

L'ultimo sistema rappresenta le Scelte Ottime di fattori in un caso Cobb-Douglas.
Si tratta di un caso di economie di scala, in cui le quantità di fattori utilizzati e i Costi Totali sono proporzionalmente dipendenti dai Rendimenti di Scala.

3.4 Costi di Produzione

3.4.1 Costi Totali

I **Costi Totali**, rappresentati dalle curve dell'isocosto, sono un valore crescente in funzione di Q: una quantità di output maggiore implicherà un maggiore Costo Totale da sostenere da parte dell'impresa.
Per capire al meglio le variazioni di TC, è opportuno studiare separatamente i loro andamenti nel caso di produzione con un fattore o con più fattori; inoltre, saranno da distinguere le situazioni di breve e lungo periodo.

GRAFICO

Facendo un breve accenno al breve periodo, si può notare come questa condizione rappresenti un vincolo per l'impresa. Con K fisso e costante (condizione necessaria per il breve periodo), l'impresa sarà costretta a posizionarsi su un isocosto più alto rispetto a quello del lungo periodo; ciò non avverrà nel caso particolare in cui $K = K^*$, ovvero in cui il Capitale fisso è uguale alla Scelta Ottima di Capitale: in questo caso, il TC del breve periodo sarà uguale a quello del lungo.

GRAFICI

Supponendo di avere una produzione con un solo fattore L, si potrà rappresentare graficamente la relazione tra Q e L, invertendo la quale si potrà arrivare ad una rappresentazione di TC.

La forma standard dei Costi Totali sarà appunto questa, sempre crescente ma con una prima parte concava e una seconda convessa. Non mancheranno, tuttavia, le eccezioni: ci possono essere anche TC lineari, oppure sempre convessi per ogni Q.

GRAFICI

Con <u>due fattori di produzione</u>, i consueti L e K, si avrà $TC = wL + rK$. Nel <u>lungo periodo</u>, il grafico di questa funzione passerà per l'origine per l'assenza di Costi Fissi: con $Q = 0$, il produttore non dovrà sostenere alcun costo.
Nel <u>breve periodo</u>, invece, anche senza ottenere output saranno necessari dei costi per procurarsi il Capitale iniziale, ovvero i Costi Fissi; per quanto riguarda il Lavoro, invece, si avrà $L = 0$. Il grafico avrà quindi un'intercetta verticale pari a rK, pari al **Costo Fisso** $\boldsymbol{FC}$.
Sempre riferendosi al <u>breve periodo</u>, si può quindi dire che $\boldsymbol{TC = FC + VC}$, ovvero alla somma tra Costi Fissi e Costi Variabili. Nel <u>lungo periodo</u>, invece, si avrà $\boldsymbol{TC = VC}$, con Costi Fissi nulli.

3.4.2 Costo Marginale

Il **Costo Marginale**, indicato con $\boldsymbol{MC}$, rappresenta l'aumento di TC per un'unità di output (Q) in più. Si ha quindi $\boldsymbol{MC = \frac{dTC}{dQ}}$.

6 GRAFICI

Graficamente, la forma della funzione dei Costi Marginali dipende dalla funzione dei Costi Fissi ad essa associata; si noti come queste due funzioni non possano essere rappresentate su uno stesso grafico: TC rappresenta un valore aggregato, mentre MC è un valore unitario.
Nel <u>primo caso</u>, i Costi Fissi hanno <u>forma standard</u>, prima concava e poi convessa, e sono sempre crescenti: MC, che corrisponde alla derivata di TC, sarà quindi sempre positiva, decrescente nel tratto in cui TC è concava e crescente dove TC è convessa. In Q_1, punto di flesso di TC, si troverà il punto di minimo di MC.
Nel <u>secondo caso</u>, si hanno Costi Fissi con <u>equazione lineare</u> del tipo $TC = aQ$. La derivata di tale funzione sarà quindi una costante, pertanto $MC = a$.
Nel <u>terzo caso</u>, i Costi Fissi hanno <u>forma sempre convessa</u>: MC sarà dunque crescente e sarà rappresentata da una retta. Ci si trova, ad esempio, di fronte a un $TC = Q^2$, pertanto si avrà che $MC = 2Q$.

I casi visti sopra rappresentano situazioni di <u>lungo periodo</u>: infatti, tutti i grafici di TC passavano per l'origine degli assi e avevano, pertanto, $FC = 0$.
Collocandosi nel <u>breve periodo</u>, tuttavia, bisognerà considerare la presenza di Costi Fissi non nulli e, graficamente, di un'intercetta verticale pari, appunto, a FC. Come già visto, i Costi Fissi rappresentano un vincolo per la situazione di breve periodo, pertanto si avrà sempre che i TC di breve periodo saranno sempre più elevati di quelli di lungo periodo.
Ragionando dal punto di vista dei Costi Marginali, si avrà: $TC = FC + VC \Rightarrow MC = \frac{dTC}{dQ} = 0 + \frac{dVC}{dQ}$, dal momento che i Costi Fissi restano costanti per ipotesi. I Costi Fissi causano semplicemente una traslazione verticale nel grafico dei Costi Totali, pertanto non verranno considerati nel calcolo della derivata.
Si può quindi concludere che <u>MC non è influenzato dai Costi Fissi</u>: il grafico del Costo Marginale assumerà le forme viste in precedenza (a seconda dei casi).

3.4.3 Costo Medio

Si definisce **Costo Medio** ($\boldsymbol{AC}$, *Average Cost*) il rapporto tra i Costi Totali e la quantità di output prodotta: $\boldsymbol{AC = \frac{TC}{Q}}$.

3 GRAFICI

Diversamente da quanto avveniva per TC e MC, i grafici di Costo Marginale e Costo Medio possono essere rappresentati su uno stesso diagramma perché rappresentano entrambi dei Costi unitari.
Ragionando in un'ottica di lungo periodo ed esaminando il primo grafico, relativo al MC di un TC standard, si nota che AC avrà la medesima intercetta verticale di MC, a causa della mancanza di Costi Fissi. Inoltre, una diminuzione del Costo Marginale causerà una diminuzione del Costo Medio più contenuta. Si nota poi che, anche se MC aumenta, AC continuerà a diminuire nel caso in cui $MC < AC$; quando $MC > AC$, invece, anche AC aumenterà. Ne consegue che, nell'intersezione tra queste due funzioni, si troverà il punto di minimo di AC.
Nel secondo grafico che rappresenta un MC lineare derivante da un TC convesso, si avrà un AC anch'esso lineare, ma inferiore alla retta del Costo Marginale: in questo caso, il Costo Medio cresce, ma più lentamente.
Nel terzo grafico, relativo a un MC costante derivante da un TC lineare, si avrà una sovrapposizione tra Costo Marginale e Costo Medio: $MC = AC$.

Ragionando sul breve periodo, invece, si dovrà tenere conto che $TC = FC + VC$ e $MC = \frac{dVC}{dQ}$. Si avrà quindi un Costo Medio pari a $AC = \frac{FC}{Q} + \frac{VC}{Q} = AFC + AVC$.

Esaminando per prima cosa l'andamento di AVC, ovvero del Costo Medio Variabile, si nota che esso seguirà le regole valide per l'AC di lungo periodo: si potrà ricavare quindi AVC da MC. **3 GRAFICI**

Occorre poi studiare l'influenza dei Costi Fissi sull'andamento del Costo Medio complessivo. Se $AC = \frac{FC}{Q} + AVC$, si ha che,

� per $Q \to 0$, $\frac{FC}{Q} \to \infty$; inoltre, se la Quantità aumenta, il Costo Fisso Medio tenderà a diminuire. �

Pertanto, si può dire che $AC > AVC$ per ogni Q, ma la distanza tra queste due curve tende a diminuire spostandosi verso destra nel grafico.
Questa situazione potrà essere riscontrata, con caratteristiche diverse, nei 3 diversi casi studiati.

3 GRAFICI

Infine, una differenza che si può riscontrare tra le situazioni di lungo e breve periodo è il calcolo dei Costi Totali tramite integrale di MC. Nel lungo periodo questo è possibile, mentre, in una situazione di breve periodo, non si potrà attuare questo procedimento: non si potrà infatti trovare il valore di FC, ovvero della costante che, nel calcolo integrale, viene considerata come una k arbitraria.

3.5 Calcolo del Profitto

3.5.1 Costi, Ricavi e Profitto del Produttore

Lo scopo dell'impresa o, in generale, del produttore è la <u>massimizzazione del Profitto</u> derivante dall'attività di produzione. Per ottenere $\max_Q \Pi$, con $\Pi = TR - TC(Q) = PQ - TC(Q)$, un produttore dovrà ragionare sulla **Quantità Ottima** da produrre, tenendo ovviamente conto dei Costi annessi alla produzione.

Per semplicità, si considera un regime di **Concorrenza Perfetta**, con un P dato dal mercato e non modificabile dalle imprese (<u>imprese *price-taker*</u>). Tale regime prevede inoltre che il <u>prodotto sia omogeneo</u> e che le imprese abbiano <u>informazione perfetta e simmetrica</u> su prezzi, costi, mercato e concorrenti, così come gli acquirenti del bene.
C'è inoltre <u>libertà di entrata</u> dal mercato, ovvero perfetta mobilità di K e L: questo permette la formazione di un <u>Equilibrio di Lungo Periodo di Mercato</u>.

Date queste ipotesi, il $\max_Q \Pi$ sarà tale che $\frac{d\Pi}{dQ} = 0 \Rightarrow P - MC = 0 \Rightarrow P = MC$, ovvero $MR = MC$.

Questo avviene perché il massimo Profitto si troverà in un punto di massimo della funzione del Profitto, pertanto la derivata della funzione in quel punto sarà nulla. Inoltre, si considera $P = MR = \frac{dTR}{dQ}$ perché ci si trova in regime di concorrenza perfetta: il Prezzo del bene, fisso e deciso dal mercato, sarà pari al ricavo che il produttore ottiene per ogni unità venduta.

GRAFICO

Graficamente, si avrà $TR = PQ$, ovvero una retta con inclinazione costante e pari al prezzo, mentre i Costi (TC) assumono la forma standard, prima concava e poi convessa.
Il Profitto per ogni Q prodotta sarà dato dalla differenza tra le due funzioni: $\Pi = TR - TC$.
Fino all'intersezione tra le due funzioni, si avrà quindi $\Pi < 0$, dal momento che $TR < TC$. A destra di tale punto, si avrà la situazione opposta, con $TR > TC$, fino alla Q in cui si trova una nuova intersezione tra le due funzioni.
La Q^* per il produttore sarà quella in cui <u>la distanza tra TR e TC è massima</u>. Quando questa condizione si verifica, si avrà anche che $MR = MC$, ovvero $P = MC$.

GRAFICO

È possibile esaminare anche la situazione di <u>breve periodo</u>: in questo caso, con $Q = 0$, si avrà $TC = FC$.
In questo particolare caso rappresentato nel grafico, si nota che $TR < TC$ per ogni Q: si avrà sempre Profitto negativo.
Questo, tuttavia, non significa che non conviene produrre: si dovrà comunque cercare il $\max_Q \Pi$, che, in questo caso, sarà $-FC < \max_Q \Pi < 0$. Tale valore si potrà trovare sempre utilizzando il criterio di $MR = MC$.

Riassumendo, nel <u>breve periodo</u> la condizione di $\max_Q \Pi$ è $\begin{cases} MR = MC \\ P = MC \\ \Pi^* > -FC \end{cases}$.

GRAFICO

Ragionando sui valori marginali, si nota come P sia rappresentabile tramite una retta orizzontale (Prezzo fissato e costante), mentre MC assume la forma a parabola tipica di un TC concavo-convesso.
Esistono due valori di Q per i quali è soddisfatta la condizione $P = MC$, qui denominati Q_1 e Q_2; la Q^* corrisponderà a quella più a destra, ovvero Q_2, perché in essa si trova un MC crescente (in Q_1, invece, è decrescente).

Q_1, in sostanza, non va bene perché, nell'intervallo alla sua sinistra, ovvero $[0, Q_1]$, si ha $MC > P$: l'impresa si trova in perdita, deve sostenere dei costi maggiori rispetto ai ricavi che riesce ad ottenere. Fino a Q_1, tale perdita continuerà a crescere, a discapito del Profitto.
A destra di questo punto, invece, ogni unità di bene che viene venduta dall'impresa va ad aggiungere Surplus positivo per il produttore e va ad aumentare anche il Profitto.

Si può quindi dire che, in Q_1, si ha la massima perdita per il produttore, ovvero $\min \Pi$; in $Q_2 = Q^*$, invece, si avrà $\max_Q \Pi$, ovvero il massimo Profitto. Oltre alla quantità ottima, l'impresa tornerà ad essere in perdita e vedrà una diminuzione del proprio Profitto.

GRAFICO

Riportando la situazione precedente nel grafico dei valori totali, in Q_1 e in $Q_2 = Q^*$ si avrà la massima distanza tra TR e TC: in entrambi i punti, quindi, si avrà $MR = MC => P = MC$, ovvero uguale inclinazione delle due funzioni.

GRAFICO

Nel caso particolare in cui MC ha forma lineare e sempre crescente, ci sarà un solo punto di intersezione tra le due funzioni. In questo caso, la Q^* sarà rappresentata dal valore delle ascisse in cui le due funzioni si intersecano, in corrispondenza del quale il Profitto cambia segno.

3.5.2 Profitto e Costi Medi

Riprendendo l'equazione del Profitto, sarà possibile esprimerla anche in termini di **Costo Medio**: $\Pi = TR - TC = PQ - AC \cdot Q = (P - AC)Q$. Pertanto, dal momento che $Q > 0$, si avrà Profitto positivo se $P > AC$.

GRAFICO

Esaminando una situazione di lungo periodo, con $TC = VC$, si nota come, anche aggiungendo al grafico la curva del Costo Medio, si troverà sempre la Quantità Ottima nel punto in cui $P = MC$. In presenza di tale Q^* sarà possibile trovare il valore di AC, che, in questo caso, è tale per cui $P > AC$.
Il Profitto, dunque, sarà $\Pi = (P - AC)Q$, ovvero pari al rettangolo di base Q^* e di altezza $(P - AC)$.

GRAFICO

Sempre restando in questa situazione, è interessante vedere come il Profitto varia a seconda del Prezzo che viene applicato. Con P_1 e P_2, si avrà una situazione simile a quella vista nel grafico precedente, con $(P - AC) > 0$ e, di conseguenza, Profitto positivo.
Applicando il Prezzo P_3, si avrà $P = AC$, pertanto $\Pi = 0$. Per l'impresa, dunque, sarà indifferente decidere se produrre o meno la quantità Q_3, dal momento che, in entrambi i casi, non otterrà Profitti né perdite.
Il Prezzo P_4, invece, è minore del Costo Medio e darà quindi origine a un Profitto negativo: il produttore sceglierà dunque di non produrre, per evitare la perdita.

Questi ragionamenti sull'andamento del Prezzo portano a stabilire che esiste un livello minimo del Prezzo, sotto il quale, nel lungo periodo, non conviene produrre: tale Prezzo minimo si trova nel punto di minimo di AC, dove la curva dei Costi Medi interseca quella dei Costi Marginali.

GRAFICO

Rappresentando questa stessa situazione in termini di valori totali, si può notare come la situazione di minimo Prezzo appena descritta coincida con la situazione di tangenza tra la retta dei Ricavi totali (in questo caso TR_3, corrispondente al P_3 nell'esempio dei marginali) e la curva dei Costi totali.

Per concludere l'esame di questa situazione, si può dire che la condizione nella quale, nel lungo periodo, un'impresa deciderà di produrre sarà quindi $\begin{cases} \boldsymbol{P = MC} \\ \boldsymbol{P > AC} \end{cases}$; se ciò non dovesse verificarsi, l'impresa si asterrà dalla produzione.

In una situazione di breve periodo, va ricordato che un'impresa potrà decidere di produrre anche con $\Pi < 0$, ma soltanto se questo serve per evitare una perdita maggiore: si cercherà sempre un Profitto tale da ricoprire, almeno in parte, i Costi Fissi sostenuti.

In generale, si avrà $\Pi(Q) = TR - TC(Q) = PQ - FC - VC(Q)$, con $Q > 0$.

Se $Q = 0$, $\Pi(0) = P \bullet 0 - FC - VC(0) = -FC$. Pertanto, il produttore sceglierà di produrre una quantità Q tale per cui $\Pi(Q) > -FC$.

Questo significa che $PQ - FC - VC(Q) > -FC \Rightarrow PQ > VC(Q) \Rightarrow PQ > AVC \bullet Q$.

Per concludere, nel breve periodo l'impresa produrrà Q se $P > AVC$: la condizione per produrre sarà $\begin{cases} \boldsymbol{P = MC} \\ \boldsymbol{P > AVC} \end{cases}$; se questo non dovesse verificarsi, l'impresa si asterrà dalla produzione. GRAFICO

Anche per il breve periodo, si può esaminare l'andamento del Profitto in relazione all'andamento dei Prezzi.

In corrispondenza di P_1 si avrà un Profitto positivo, mentre, in P_2, si avrà $\Pi = 0$, dal momento che $P = AC$; tuttavia, converrà comunque produrre perché $\Pi > -FC$ $(P > AVC)$.

In P_3 si trova invece la situazione in cui $P = AVC$ e $\Pi = -FC$: in questo punto, l'impresa sarà indifferente alla scelta tra produzione e astensione, perché otterrebbe il medesimo risultato da entrambe le possibilità. Se il Prezzo dovesse essere ancora più basso, infine, il produttore si asterrà sicuramente per evitare perdite.

Ritornando a una situazione di lungo periodo, ovvero in cui si deve considerare la condizione $\begin{cases} P = MC \\ P > AC \end{cases}$, si supponga di avere un MC lineare e crescente.

GRAFICO

In corrispondenza di qualsiasi P si produrrà una quantità Q tale per cui $P > AC$: anche se il prezzo è molto basso, esisterà comunque una quantità per la quale questa condizione è soddisfatta.

Esiste, inoltre, un limite inferiore per cui il Profitto è nullo: si tratta dell'intercetta verticale, ovvero l'origine degli assi. Per ogni P, dunque, varia la Q^* da produrre: si può dire che tutte le coppie (Q, P) identificano una **Curva di Offerta** dell'impresa, che coincide con la curva del Costo Marginale.

GRAFICO

Nel caso in cui MC abbia una forma a parabola, si deve aggiungere un'osservazione.

Identificando come $\bar{P}$ il valore del prezzo tale per cui $\begin{cases} P = MC \\ P = AC \end{cases}$, si può dire che la Scelta Ottima della quantità sarà uguale a $\begin{cases} Q^* = 0, & P < \bar{P} \\ Q^* \geq 0, & P \geq \bar{P} \end{cases}$.

Questo significa che la Curva di Offerta corrisponderà al tratto dell'asse delle ordinate che va dall'origine a $\bar{P}$, ovvero la prima riga della condizione, in cui l'impresa decide di non produrre, e al tratto di curva del Costo Marginale che si trova a destra di Q^*, ovvero nel tratto in cui $MC > AC$.

4. Equilibrio Competitivo ed Efficienza

4.1 Surplus ed Equilibrio di Mercato

4.1.1 Surplus del Produttore

GRAFICO

Il **Surplus del Produttore** per una determinata Q è il maggior Profitto che il produttore riesce ad ottenere rispetto a quanto otterrebbe per una produzione nulla.
Si può quindi dire che $S_P = \Pi(Q) - \Pi(0)$ nel lungo periodo; nel breve periodo, invece, tenendo conto dei Costi Fissi, si avrà $S_P = \Pi(Q) + FC = \Pi(Q) - (-FC)$.
Graficamente, tale Surplus si individuerà calcolando l'area compresa tra la retta orizzontale del Prezzo e la Curva di Offerta del produttore.

Tenendo presente il caso con Curva S lineare, si nota come, se $P \uparrow$, si avrà $\Pi \uparrow$ e $S_P \uparrow$. Si tratta della situazione opposta rispetto al Surplus del Consumatore, per il quale si aveva $P \uparrow \rightarrow S_C \downarrow$.
Un aumento del prezzo provocherà quindi una variazione dei Surplus in direzioni opposte.

4.1.2 Curva di Offerta di Mercato, Equilibrio e Surplus Totale

Come già visto con le Curve di Domanda, anche per quanto riguarda l'Offerta sarà possibile ricavare la **Curva di Offerta di Mercato** partendo dalla Curva individuale di una singola impresa.

GRAFICO

La Q totale offerta dalle imprese per un determinato prezzo, supponendo che tutte le imprese abbiamo un'uguale Curva di Offerta, sarà pari a $n \cdot Q$, con n che rappresenta il numero di imprese sul mercato.
La Curva di Offerta di Mercato, quindi, avrà una pendenza inferiore rispetto a quelle individuali: aumenterà il valore di Q per ogni P. In particolare, se per ogni singola impresa si aveva $P = d \cdot Q_i \Rightarrow Q_i = \frac{P}{d}$, per il mercato si avrà $Q = \sum_i^n Q_i = \sum_i^n \frac{1}{d} P = n \cdot \frac{1}{d} P = \frac{n}{d} P$.

Pertanto, la Curva di Offerta inversa sarà pari a $P = \frac{d}{n} Q$ (sempre supponendo che tutte le S individuali siano uguali tra loro).

GRAFICO

Tracciando su uno stesso diagramma le Curve di Domanda e Offerta di Mercato, si nota che, supponendo che il Prezzo resti costante, esiste un solo P^* tale per cui $Q^S = Q^D$: questa situazione si definisce **Equilibrio di Mercato**.
In presenza di tale condizione, si avrà $S_C + S_P = S_{TOT}$, ovvero il Surplus Totale, somma tra l'area compresa tra la linea del Prezzo e la Curva di Domanda (Surplus dei Consumatori) e l'area compresa tra retta del Prezzo e Curva di Offerta (Surplus dei Produttori).
Se si vuole cercare il valore di S_{TOT}, si possono interpretare S e D come Curve di Beneficio e Costo Marginale.
Il Surplus Totale, dunque, sarà pari a tutta l'area compresa tra le due Curve, da 0 a Q^*; se, per un qualsiasi motivo, la Quantità dovesse scendere sotto il valore ottimo (ad esempio per un limite posto alla produzione), S_{TOT} subirà una

riduzione; se Q dovesse aumentare oltre Q^*, il Surplus Totale subirebbe comunque una diminuzione, perché si andrebbe ad aggiungere del Surplus negativo.

4.1.3 Stabilità ed Equilibrio di Lungo Periodo

Come già detto, esiste un solo P^* tale per cui la Quantità domandata dai consumatori è esattamente pari alla Quantità fornita dai produttori, ovvero tale per cui non ci siano eccessi né da parte della domanda né da parte dell'offerta. Anche nel caso in cui il Prezzo sia diverso da quello ottimo, il mercato tenderà a raggiungere una **Stabilità**, ovvero la situazione senza eccessi, tramite aggiustamenti del Prezzo. Partendo da un Prezzo troppo alto, ad esempio, l'eccesso di offerta dei produttori indurrà gli stessi a diminuire il costo del bene, in modo da riuscire a vendere tutta la produzione; un Prezzo di partenza troppo basso, viceversa, farà sì che non tutti i consumatori che desiderano il bene riusciranno ad ottenerlo, pertanto saranno disposti a pagare di più pur di assicurarselo.

Per comprendere meglio cosa succede durante questa fase di aggiustamento, bisognerebbe studiare i singoli mercati e gli eventi che in essi si verificano: è necessaria un'analisi dell'equilibrio totale, non solo di quello parziale.

GRAFICI

Esaminando una singola impresa da una prospettiva di lungo periodo, si nota dal primo grafico come, in corrispondenza del prezzo P^*, essa produca una quantità di output $Q_i{}^*$, che le permette di avere un $\Pi > 0$. Si supponga che tutte le imprese del mercato abbiamo le stesse caratteristiche di quella qui rappresentata.

Il regime di concorrenza perfetta in cui si trovano le imprese non prevede barriere all'entrata: questo significa che, dal momento che il Profitto ottenuto dalle imprese è positivo, nuove imprese saranno invogliate ad entrare sul mercato. Si verifica dunque un aumento dell'offerta, qualunque sia il Prezzo: come si nota nel secondo grafico, la Quantità di equilibrio aumenta, a discapito del Prezzo, che scenderà a P^{**}.

Tuttavia, come si nota nel terzo grafico, tale Prezzo fa sì che le imprese abbiano un $\Pi < 0$: questo significa che alcune imprese saranno invogliate a lasciare questo mercato per evitare perdite ancora maggiori. Il Prezzo andrà quindi ad alzarsi per la contrazione dell'offerta dovuta all'uscita dal mercato di parte dei produttori, fino ad attestarsi al livello P^{***}, in corrispondenza del quale il Profitto per ciascuna impresa è nullo.
Si può quindi dire che $\boldsymbol{\Pi = 0}$ è la **Condizione di Equilibrio di Mercato nel Lungo Periodo**.

In tutti questi casi, si è supposto che la Domanda rimanesse costante ed invariata nonostante le variazioni dell'Offerta. In realtà, le variazioni possono avvenire in entrambi i lati del mercato.

GRAFICI

Partendo dalla Curva di Offerta S^* e dalla Domanda D, si supponga che la Domanda subisca una variazione positiva: si avrà $D \rightarrow D'$, ovvero i consumatori tenderanno ad acquistare maggiori quantità del bene a parità di prezzo. Di conseguenza, il Prezzo ottimo passerà da P^* a P^{**} e i Profitti delle imprese, come si nota dal secondo grafico, aumenteranno. Con la nuova Curva di Domanda, per tornare alla situazione di equilibrio occorrono nuove imprese, che portino ad un aumento dell'Offerta complessiva. Con l'ingresso di questi nuovi produttori, si tornerà ad avere Profitto nullo e Prezzo P^*: la retta del Prezzo, in corrispondenza di tale valore, andrà ad indicare le possibili intersezioni tra S e D in cui c'è equilibrio.

GRAFICO

I mutamenti della Curva di Offerta coinvolgono anche i mercati a monte, ovvero quelli del Lavoro e dei fattori produttivi. I costi dei fattori, quindi, potranno aumentare, così come il salario, con una conseguente trasformazione di MC, AC e TC. Ne deriva, pertanto, che il Prezzo di equilibrio dovrà necessariamente essere più alto di quello originario, P^*.

4.1.4 Equilibrio, Surplus ed Intervento Statale

La Curva di Offerta può spostarsi a sinistra o a destra rispetto alla sua posizione originaria a causa di diversi fattori: gli esempi più tipici sono i mutamenti nel reddito dei consumatori, gli ingressi di nuove imprese nel mercato, le variazioni nel costo dei fattori produttivi.
Va considerato, inoltre, anche l'**intervento dello Stato**: esso può regolare S e D in modo quantitativo, utilizzando strumenti quali imposte, sussidi, limiti di produzione.
Si distinguono imposte dirette, rivolte a una persona, e imposte indirette, relative ad atti economici, come l'IVA: in questi casi, verranno considerate solo tali imposte. Le tasse, invece, sono somme fisse da pagare in cambio di un servizio.

GRAFICO

Il grafico rappresenta la variazione della Curva di Offerta a seguito dell'introduzione di un'**imposta indiretta sulla produzione**: essa causa un aumento del costo di produzione di ciascuna unità, ovvero un aumento di MC per ogni impresa.
Se l'imposta è costante, come in questo caso, questo si traduce in una traslazione verticale della Curva.
Il nuovo equilibrio avrà un Prezzo maggiore e una Quantità ridotta; si noteranno delle variazioni anche a livello di Surplus Sociale, ovvero della somma dei Surplus di tutti i componenti del mercato. Prima dell'imposta, infatti, esso corrispondeva all'area del triangolo ABC, somma di $S_C + S_P = AHC + BHC$.
Dopo l'applicazione dell'imposta, invece, si avrà $S_{SOCIALE} = S_C + S_P + S_{STATO}$, dal momento che anche lo Stato fa parte del mercato. Lo Stato andrà ad incassare le imposte pagate dalle imprese, graficamente rappresentate dall'altezza MB (imposta unitaria) moltiplicata per la quantità di bene venduta: si ottiene così $S_{STATO} = A(BMEF)$.
Quindi, riassumendo, si avrà $S_{SOCIALE} = S_C + S_P + S_{STATO} = S_{PRIVATI} + S_{STATO} = ALE + ELM + BMEF = AEFB$. Rispetto alla situazione pre-imposta, si avrà quindi una riduzione del Surplus Sociale pari all'area del triangolo EFC: un intervento dello Stato va a ridurre il Surplus Sociale di un'area che viene denominata **Perdita Secca** o **Perdita Netta**.

GRAFICO

Questo secondo esempio rappresenta la variazione dell'Offerta in seguito all'applicazione di un **sussidio alla produzione**: l'Offerta si sposta da S a S' a causa della riduzione dei costi di produzione per ciascun'unità prodotta. Il $S_{PRIVATI}$ passerà quindi da ABC a EFB. Tuttavia, si deve tenere conto della perdita dello Stato: concedendo i sussidi alle imprese, perderà una parte di Surplus pari a $AEFG$.
Il vecchio $S_{SOCIALE}$ era uguale a quello dei privati, ovvero all'area ABC. Dopo il sussidio, invece, si avrà $S_{SOCIALE} = S_{PRIVATI} + S_{STATO} = EFB + (-AEFG) = EFB - AEFG = ABC - CGF > ABC$. L'area CGF rappresenta la **Perdita Secca** subita dal Surplus Sociale in seguito all'intervento statale.
Anche un mercato che ottiene sussidi, quindi, vede abbassarsi il Surplus Sociale, anche se quello dei privati aumenta: si parla, quindi, di **Imposte/Sussidi Distorsivi**: in seguito all'intervento dello Stato, vengono distorti dei mercati di partenza perfettamente concorrenziali e in equilibrio.

Sussidi e imposte possono essere stabiliti anche per i consumatori: in questo caso, sarà D a subire variazioni, mentre lo scarto tra D e D' sarà di pertinenza dello Stato (e non dei produttori). Un'imposta andrà a ridurre la Domanda, mentre un sussidio la aumenterà.
Va tenuto conto che praticare imposte sui consumatori è più difficile per lo Stato, dal momento che i consumatori sono in maggior numero rispetto alle imprese.

4.1.5 Surplus ed Elasticità

3 GRAFICI

A seconda della forma delle Curve di Domanda e Offerta, si notano delle differenze nella ripartizione del Surplus tra consumatori e produttori:

- Se S e D hanno la stessa elasticità, $S_C = S_P$;
- Se S è più elastica (più orizzontale) di D, $S_C > S_P$;
- Se S è meno elastica (più verticale) di D, $S_C < S_P$.

Queste variazioni nel Surplus andranno applicate anche nel caso di mutamenti nelle Curve a causa di imposte e sussidi.

2 GRAFICI

Ovviamente, anche qui si possono esaminare vari casi particolari.
Se S è perfettamente elastica, si avrà $S_P = 0$. Un'eventuale imposta porterà ad una traslazione verticale della Curva di Offerta, in modo tale che $S_C{'} < S_C$: in questo caso, un'imposta sulla produzione ricadrà solamente sui consumatori. Se D è perfettamente elastica, si avrà $S_C = 0$. Un'imposta porterà a una traslazione verticale di S e farà sì che $S_P{'} < S_P$: in questo caso, un'imposta sulla produzione ricade solamente sui produttori.

2 GRAFICI

Se S è perfettamente rigida, un'eventuale imposta non cambierà la situazione, perché la Curva di Offerta, traslando verticalmente, resta uguale a quella di partenza.
Se D è perfettamente rigida, i consumatori acquisteranno anche se il Prezzo aumenta: il S_P resterà uguale anche in caso di applicazione di un'imposta, mentre i consumatori subiranno le conseguenze di un Prezzo maggiore.

4.2 Efficienza

4.2.1 Criterio di Pareto

Il Surplus Sociale è una misura del benessere dell'intera società, ovvero di tutti i suoi componenti (consumatori, produttori e Stato). Il concetto di massimo benessere per la collettività è lo scopo della teoria dell'economista Vilfredo Pareto, che, riguardo a questo argomento, giunse alla definizione di un ordinamento delle situazioni di benessere e a un criterio che regoli tale ordinamento.

Pareto definisce **Società** l'insieme formato da un dato numero di individui, e suppone di dover studiare un numero dato di **Situazioni Sociali** $A, B, C, \dots, Z$ tali per cui ciascun individuo sappia dire se il suo benessere sia maggiore (o minore, o uguale) in A o in B, in modo da definire un ordinamento.
Il **Criterio di Pareto** definirà quindi la situazione A migliore della situazione B (ovvero "A è migliore di B nel senso di Pareto") se almeno un individuo sta meglio in A che in B e se nessuno sta peggio.
Una situazione, inoltre, si dirà **Ottima** nel senso di Pareto se non ne esiste un'altra migliore nel senso di Pareto: in questo caso, si noterebbe che, comunque ci si dovesse spostare da questa situazione, almeno un individuo starebbe peggio.

Facendo un esempio concreto, si può supporre di avere una torta da suddividere tra due persone. Qualsiasi suddivisione della torta sarebbe quindi ottima per Pareto, purché tutta la torta venga spartita: non conta il confronto interpersonale, andranno bene sia la suddivisione $50/50$ che la suddivisione $0/100$.

La situazione $50/49$, invece, non sarà ottima: c'è un 1% che viene sprecato e che potrebbe migliorare la situazione di almeno uno dei due soggetti, ovvero che potrebbe portare a una situazione migliore nel senso di Pareto. In sostanza, il Criterio di Pareto richiede che non ci siano sprechi di risorse, ovvero che tutte le risorse disponibili vengano utilizzate.

GRAFICO

Ragionando sul Surplus Sociale, vale lo stesso concetto: non saranno rilevanti per Pareto i rapporti tra S_P e S_C, l'importante è che, alla fine, si ottenga il S_S più alto possibile.

Ad esempio, un limite di produzione inferiore a Q^* non permetterà il raggiungimento di una situazione ottima nel senso di Pareto, dal momento che si andrebbe a sprecare una parte di Surplus Sociale, rappresentata dall'area triangolare.

4.2.2 Scatola di Edgeworth

Nel caso in cui si abbiano 2 soggetti e 2 beni da spartire, si potrà adottare il modello della **Scatola di Edgeworth**.

GRAFICO

In questo grafico, X e Y rappresentano le quantità disponibili dei due beni: con questi dati, sarà intuitivo individuare i punti A e B, ovvero i punti in cui uno solo dei due soggetti possiede tutte le risorse disponibili. In A sarà il soggetto 1 ad avere tutto, pertanto questo punto rappresenterà anche l'origine degli assi del soggetto 2; il ragionamento inverso si potrà applicare per il punto B.

In generale, qualsiasi punto interno alla Scatola andrà ad identificare le quantità di ciascun bene possedute da ciascuno dei due soggetti: l'esempio nel grafico è il punto di coordinate (X_1, Y_1). **GRAFICO**

All'interno del diagramma di Edgeworth si possono introdurre anche delle Curve di Indifferenza per entrambi i soggetti. Esaminando alcuni punti presenti in questo grafico, si può notare come il punto A non sia un ottimo paretiano: spostandosi nel punto B, il soggetto 1 starà meglio e si collocherà su una Curva più alta. Inoltre, si può notare come in C sarà il soggetto 2 a stare meglio, mentre in D staranno meglio entrambi; tuttavia, applicando lo stesso ragionamento, si nota che neanche D è un ottimo in senso di Pareto.

Per trovare una situazione ottima, occorre un punto in cui le Curve di Indifferenza dei due soggetti sono tangenti: questa è la condizione di ottimo nella Scatola di Edgeworth, rappresentata dai punti M e N.

Tale condizione si indicherà con $MRS_1 = MRS_2$ e andrà ad indicare infiniti punti di ottimo collocati sulla cosiddetta **Curva dei Contratti**, l'insieme degli ottimi paretiani nella Scatola di Edgeworth.

5. Concorrenza Imperfetta

5.1 Il Monopolio

5.1.1 Caratteristiche del Monopolio

Il modello della concorrenza perfetta, nella realtà, cede il passo a delle situazioni di concorrenza cosiddetta "imperfetta", come il Monopolio o l'Oligopolio.
Il **Monopolio** è una forma di mercato in cui un unico produttore offre un prodotto privo di sostituti e, forte di questa sua condizione, ha largo margine di manovra sul prezzo del suo prodotto. Esistono **cinque cause del Monopolio** tradizionalmente identificate:

- Il <u>controllo esclusivo degli input fondamentali</u>, che porta a situazioni di Monopolio che perdurano fino a quando la produzione non riuscirà a fare a meno di tale input;
- La presenza di <u>economie di scala</u> e di elevati Costi Fissi tipici di settori che richiedono importanti infrastrutture (da qui deriva la presenza di AC e MC decrescenti, che può facilmente portare a una situazione di Monopolio Naturale);
- I <u>brevetti</u> e le <u>licenze</u>, fattori temporanei al pari degli input fondamentali;
- La presenza di <u>economie di rete</u>, ovvero di un network di distribuzione del prodotto, in presenza del quale il beneficio dei consumatori aumenta all'aumentare del numero di consumatori (questa situazione, come avviene per le economie di scala, conduce a un Monopolio Naturale);
- Le <u>licenze governative</u> e gli <u>appalti</u>, che limitano l'ingresso in un mercato ad una sola impresa.

5.1.2 Profitti e Costi del Monopolista

La caratteristica principale del monopolista è il suo **potere di mercato**, ovvero il potere di manovra sui prezzi che gli consente di fissare un $P > MC$ senza perdere i propri clienti; da questo deriva la forma della Curva di Domanda del monopolista, che sarà dunque decrescente, e non orizzontale come avveniva per la concorrenza perfetta.

GRAFICO

In questo grafico, D rappresenta la Curva di Domanda di Mercato, che coincide con la Domanda rivolta al monopolista, dal momento che esso è l'unico produttore del mercato. Si avrà quindi $P = P(Q)$, ovvero un prezzo variabile in funzione della quantità, che potremo esprimere anche come $P = a - bQ$.
Esaminando i ricavi, invece, in concorrenza perfetta si aveva $TR = PQ$; nel caso del monopolio, si potrà esprimere tale relazione come $TR = PQ = (a - bQ)Q = aQ - bQ^2$: i Ricavi del monopolista avranno la forma di una parabola rovesciata e passante per l'origine degli assi.

GRAFICO

Si avrà quindi $TR = 0$ in corrispondenza di due quantità, ovvero in $Q = 0$ e $Q = \frac{a}{b}$. Inoltre, si potrà trovare il punto in cui il Ricavo è massimo studiando la derivata di TR, ovvero MR: tale punto sarà quello in cui $MR = \frac{dTR}{dQ} = 0$ e si troverà in corrispondenza di $Q = \frac{a}{2b}$.

Da ciò si deduce che il Ricavo Marginale avrà la stessa intercetta verticale di D, ovvero a, ma avrà inclinazione doppia. Si può quindi dire che, per ogni Q, $\boldsymbol{P > MC}$ perché $D > MR$ in ogni punto.

Ipotizzando che il monopolista voglia vendere una maggiore quantità di prodotto, risulta chiaro che per fare ciò dovrà abbassare il prezzo unitario; questa operazione avrà una ripercussione sul Ricavo Marginale.
Infatti, con $TR = PQ = P(Q) \cdot Q$, si avrà che $MR = \frac{dTR}{dQ} = \frac{dP}{dQ} \cdot Q + \frac{dQ}{dQ} \cdot P = \frac{dP}{dQ} \cdot Q + P$. Dal momento che la variazione del prezzo $\frac{dP}{dQ}$ è negativa, si avrà $\frac{dP}{dQ} \cdot Q < 0$: il Ricavo Marginale, dunque, sarà composto dal Prezzo e dalla riduzione del Prezzo, a sua volta dipendente dalla quantità venduta.

GRAFICO

Ragionando graficamente, si supponga di partire da una quantità Q e di volerla aumentare di una unità. Il nuovo prezzo sarà pari alla differenza tra il maggior ricavo derivante dall'aumento della quantità (l'area del rettangolo a destra) e il minor ricavo derivante dalla contrazione del prezzo (l'area del rettangolo in alto). Se $Magg\ R > Min\ R$, converrà quindi aumentare la quantità prodotta: questa opzione risulterà conveniente fino a $Q = \frac{a}{2b}$, ovvero al punto medio del segmento che ha come estremi l'origine e l'intersezione tra l'asse delle ascisse e D.

In pratica, si può dire che fino a $Q = \frac{a}{2b}$ si avrà $\varepsilon < -1$ per la Domanda, mentre, a destra di tale quantità, si avrà $\varepsilon > -1$.

Infatti, $MR = \frac{dP}{dQ} Q + P = \frac{dP}{dQ}\frac{Q}{P} \cdot P + P = P\left(1 + \frac{dP}{dQ}\frac{Q}{P}\right)$, ma $\frac{dP}{dQ}\frac{Q}{P}$ è l'inverso dell'Elasticità: quindi, $MR = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$.

Si potrà quindi dire che si ha $MR < P$ perché $\frac{1}{\varepsilon}$ è negativa, mentre, se $\varepsilon < -1$, si avrà $MR > 0$; viceversa, un'elasticità maggiore di -1 porterà a un $MR < 0$.

Il punto di massimo ricavo, $Q = \frac{a}{2b}$, sarà infine caratterizzato da $\varepsilon = -1$ e $MR = 0$.

Dalla formula $MR = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right)$ si può arrivare al concetto di **Margine di Profitto** o ***Markup***, che sarà pari a $\frac{1}{|\varepsilon|} = \frac{P-MC}{P}$: tale margine sarà pari alla differenza tra prezzo e Costo Marginale, rapportata al prezzo che massimizza il profitto. Il *Markup* si riduce all'aumentare dell'elasticità della Domanda al prezzo, fino a diventare nullo nel caso in cui la Domanda sia perfettamente elastica.

GRAFICO

Aggiungendo al grafico dei Ricavi anche i Costi Totali, si potrà trovare il punto di $Max\ \Pi$ non dove $MR = 0$, ma in corrispondenza di una quantità minore, dove si avrà la massima distanza verticale tra TR e TC. In questo punto, infatti, si troverà anche la condizione di massimo profitto $MR = MC$, con MR e $MC > 0$.
Il massimo profitto, dunque, si troverà in un punto diverso rispetto al massimo ricavo, in un punto in cui D è ancora elastica.
Si avrà quindi $P = a - bQ \Rightarrow MR = a - 2bQ$, mentre $TC = cQ \Rightarrow MC = c$ (costi totali lineari).

GRAFICO

In questo grafico, si può identificare Q_M, la quantità di prodotto scelta dal monopolista, in corrispondenza della quale $MC = MR$, alla quale corrisponderà il prezzo P_M; c rappresenta invece l'entità del Costo Marginale, ed è più basso rispetto al

prezzo fissato dal monopolista ($P > MC$): i consumatori sono disposti a pagare di più per il prodotto, e da questo fatto deriva il profitto del monopolista.
Il monopolista, inoltre, non ha una Curva di Offerta: si limita a fissare il prezzo in base a quanto gli conviene, pertanto avrà un solo punto che rappresenta la sua offerta, di coordinate (Q_M, P_M). In questo punto si genera un **Equilibrio di Mercato** scelto dal solo monopolista.

Dal momento che, come visto in precedenza, $MR = a - 2bQ$ e $MC = c$, si avrà il massimo profitto nel punto in cui $MR = MC \Rightarrow a - 2bQ = c \Rightarrow \boldsymbol{Q_M = \frac{a-c}{2b}}$.

Da qui si potrà ricavare il Prezzo: $P_M = a - bQ_M \Rightarrow P_M = a - b\left(\frac{a-c}{2b}\right) \Rightarrow \boldsymbol{P_M = \frac{a+c}{2}}$, punto medio tra le intercette verticali di MR e MC.

Il Profitto, dunque, sarà $\Pi = TR - TC = PQ - cQ = \frac{a+c}{2} \bullet \frac{a-c}{2b} - c \bullet \frac{a-c}{2b} = \frac{(a^2-c^2)}{4b} - \frac{(ac-c^2)}{2b} = \frac{(a^2-c^2)-2c(a-c)}{4b} = \frac{(a-c)(a+c-2c)}{4b} = \frac{(a-c)(a-c)}{4b} = \boldsymbol{\frac{(a-c)^2}{4b}}$.

GRAFICO

Supponendo di avere $FC = 0$, si ha che $\Pi = S_P$; S_C, invece, sarà pari all'area del triangolo il alto nel grafico e si avrà

$$S_C = \frac{\left(a-\frac{a+c}{2}\right)\cdot\frac{a-c}{2b}}{2} = \frac{\frac{a-c}{2}\cdot\frac{a-c}{2b}}{2} = \frac{(a-c)^2}{8b}.$$

Se ci fosse concorrenza, con questa stessa situazione, si otterrebbe $S = MC$, con profitti nulli. Si può quindi dire che $S_C = S_S > S_{SMONOPOLIO}$. Se il mercato è servito da un monopolista, infatti, si avrà una **Perdita Secca** di Surplus Sociale rispetto al caso di concorrenza perfetta: ci perdono i consumatori, mentre il produttore avrà, invece di un Surplus nullo, un Surplus positivo.

5.1.3 Discriminazione di Prezzo

Nei casi visti finora si è ipotizzato che un monopolista pratichi il medesimo prezzo per tutta la sua produzione; in realtà, spesso i monopolisti praticano prezzi diversi per le diverse categorie di acquirenti, facendo quindi una **Discriminazione di Prezzo**.
Quando questa pratica è attuabile, il monopolista potrà trasformare parte dei benefici dei consumatori in profitto.

Uno dei modi in cui si può attuare la discriminazione di prezzo è la <u>vendita in mercati separati</u>, denominata anche <u>Discriminazione di Prezzo di Terzo Tipo</u>: un monopolista può vendere la sua produzione in due mercati separati e deve decidere come fissare prezzo e quantità nei due mercati. **2 GRAFICI (KIRO)**

Si supponga che il monopolista stia vendendo il prodotto sui due mercati la cui domanda è rappresentata nei grafici: avendo già prodotto una determinata Q, e avendo quindi già sostenuto dei costi, dovrà decidere come allocarla sui mercati e a quali prezzi, per ottenere il massimo ricavo.
Se decide di vendere in entrambi i mercati al prezzo P, riuscirà a vendere le quantità M_1 e M_2, ottenendo però un ricavo basso nel primo mercato (R_1) e un ricavo consistente solamente nel secondo (R_2).
Riducendo la quantità venduta nel primo mercato e aumentandola conseguentemente nel secondo, si può notare che il monopolista otterrà un guadagno: infatti, il ricavo ottenuto nel primo mercato diminuisce in misura minore rispetto all'aumento di ricavo ottenuto nel secondo mercato. Sfruttando questa differenza dei Ricavi Marginali, il monopolista potrà

muoversi in questa direzione fino a giungere alla condizione di massimo ricavo, identificata da (Q_1, P_1) e da (Q_2, P_2). La particolarità di questa condizione è che i Ricavi Marginali saranno uguali in entrambi i mercati, e si attesteranno in questo caso al livello R. In presenza di questa condizione, non sarà più conveniente effettuare una diversa distribuzione delle quantità prodotte.

Il monopolista, dunque, potrà ottenere il massimo ricavo da due mercati separati aggiustando prezzi e quantità in modo da ottenere il medesimo MR in entrambi i mercati.
In particolare, si può dire che dovrà abbassare il prezzo nel mercato che presenta una Domanda più elastica e un Ricavo Marginale più alto (il primo nel caso precedente), mentre potrà alzarlo nel mercato che presenta una Domanda più rigida e un Ricavo Marginale minore (il secondo).

Questo concetto può essere spiegato partendo dall'espressione del Ricavo Marginale $MR = P + \frac{dP}{dQ} Q = \frac{dP}{dQ} \cdot \frac{Q}{P} P + P = P\left(1 + \frac{dP}{dQ} \cdot \frac{Q}{P}\right) = P\left(1 + \frac{1}{\varepsilon}\right) = P\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right)$, in cui si trova anche il valore del *Markup*.

Dal momento che il Ricavo Marginale dovrà essere lo stesso su entrambi i mercati, si può dire che $P_1\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_1|}\right) = P_2\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_2|}\right)$.

Riprendendo l'esempio grafico precedente, si nota che $|\varepsilon_1| > |\varepsilon_2|$, perché il primo mercato è più elastico. Quindi, si avrà che $\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_1|}\right) > \left(1 - \frac{1}{|\varepsilon_2|}\right)$: ne consegue che, per mantenere l'uguaglianza, si dovrà avere $P_1 < P_2$, ovvero il monopolista dovrà applicare un prezzo inferiore nel mercato che presenta la Domanda più elastica.

Questa stessa conclusione si può interpretare anche in un altro modo: nel mercato con Domanda elastica, una riduzione del Prezzo farà aumentare la quantità domandata più che proporzionalmente, aumentando quindi anche il Ricavo del monopolista su questo mercato. Nel mercato con Domanda rigida, invece, un aumento del Prezzo causerà una riduzione della quantità domandata meno che proporzionale, aumentando quindi il Ricavo del monopolista anche in questo caso.
Ne consegue che, in tale situazione, il Ricavo del monopolista aumenta in entrambi i mercati, facendo aumentare anche i Profitti.

Il monopolista può attuare la discriminazione anche **discriminando i consumatori**, ovvero definendone più categorie a cui praticare prezzi diversi, sfruttando la differenza di elasticità delle loro Domande.
Per fare ciò, è necessario che i consumatori che acquistano il prodotto dal monopolista non possano rivenderlo (servizi personali, alti costi di transazione, contratti di vendita che vietino la redistribuzione del prodotto); inoltre, occorre che il monopolista possa distinguere le categoria di consumatori che hanno elasticità diverse, per sfruttare al meglio le regole di massimizzazione del Ricavo viste in precedenza. Quando tale distinzione non è facilmente attuabile, il monopolista può ricorrere a diverse soluzioni, come lo sconto condizionato dalla presentazione di prove di acquisto del prodotto: chi è disposto ad acquistare il prodotto più volte per ottenere uno sconto negli acquisti successivi sarà sicuramente caratterizzato da una Domanda più elastica.

Si può identificare anche una **Discriminazione di Prezzo di Primo Tipo**, che consiste nell'applicazione di prezzi diversi corrispondenti a diverse quantità di output, in modo da offrire a ciascuna categoria di consumatori un prezzo su misura. Un monopolista perfettamente discriminante riuscirà, applicando questa strategia, ad ottenere tutto il Surplus del Consumatore per sé.

5.2 La Concorrenza Monopolistica

5.2.1 Concorrenza Monopolistica

Si ha un regime di **Concorrenza Monopolistica** quando si analizzano dei prodotti differenziati: in questo caso, ciascun produttore sarà monopolista all'interno di una nicchia di mercato e avrà potere di mercato all'interno di tale settore. La differenza rispetto al monopolio sta nel fatto che tra i vari produttori si instaura un rapporto di concorrenza, dal momento che possono esserci nuovi entranti in ciascuna nicchia.
In un regime di Concorrenza Monopolistica, il potere di mercato può derivare, oltre che dalla differenziazione del prodotto, anche dalla localizzazione dei produttori: ciascuno di essi potrà quindi gestire monopolisticamente un'area geografica, così come spiegato in precedenza in relazione alle nicchie di mercato.

Si è accennato all'eventualità dell'ingresso nelle nicchie di mercato di nuovi produttori, a causa del regime concorrenziale. Come avviene in concorrenza perfetta, l'ingresso di concorrenti si fermerà quando, all'interno di una nicchia, $\Pi = 0$ e $P = AC$ per tutte le imprese, ma, anche in questa situazione, si avrà un $P > MC$, caratteristica tipica dei regimi monopolistici: non si riesce ad ottenere l'efficienza della concorrenza perfetta.

GRAFICO

Supponendo che un produttore voglia abbassare il prezzo, passando da P' a P'', si deve esaminare la variazione della quantità. La quantità corrispondente a P'' sulla Curva di Domanda d è Q'''; tuttavia, bisogna tenere conto del fatto che la variazione del prezzo applicata da un produttore spingerà anche gli altri a ridurre il prezzo del loro prodotto. Sarà quindi individuata una nuova Curva di Domanda, D, che tenga conto della variazione del prezzo applicata da tutti i produttori: la nuova quantità corrispondente a P'' sarà quindi Q''.
La differenza tra le due curve sta nel fatto che d rappresenta il punto di vista del singolo produttore, mentre D tiene conto di tutto il mercato e di una prospettiva di lungo periodo.

GRAFICO

Il caso di ottimo si troverà, come detto, nel punto in cui $P = AC$, ovvero in cui la Curva di Domanda d è tangente alla curva dei Costi Medi, e in cui le due Curve di Domanda, d e D, si intersecano.
Questa situazione, come già detto, non è efficiente come la concorrenza perfetta, ma i consumatori godono comunque di un vantaggio: avranno a disposizione beni differenziati, una varietà di prodotti.
Partendo da un regime di concorrenza perfetta, infine è naturale che i produttori inizino a cercare la differenziazione dei propri prodotti, in modo da conquistare una nicchia di mercato e da conseguire profitti positivi.

5.3 Teoria dei Giochi

5.3.1 Concetti Fondamentali

Studiare un caso di Oligopolio (ovvero con un prodotto omogeneo e un numero ridotto di produttori) significa studiare le scelte di ogni produttore e i loro impatti sui risultati tanto del produttore stesso quanto di tutti gli altri. Ad esempio, un aumento della quantità prodotta da parte di un produttore porterà a una diminuzione del prezzo applicato da tutti i produttori, che saranno costretti a ridurre il prezzo senza aumentare la loro quantità, pur di riuscire a vendere.
La scelta di un soggetto influenza i risultati e i profitti di tutti gli altri soggetti che operano nello stesso settore. Sarà quindi fondamentale, per ogni produttore, lo studio delle reazioni delle altre imprese alle scelte che vengono compiute: tra i soggetti si ha **Interazione Strategica**, il mercato passa in secondo piano a vantaggio dell'aspetto logico.

La **Teoria dei Giochi** aiuta a spiegare queste situazioni, analizzando le scelte compiute da un insieme di Giocatori all'interno di un qualsiasi Gioco; i giocatori avranno a disposizione un insieme di Strategie, da cui deriveranno diversi esiti del gioco stesso.

TABELLE

L'esempio classico di un gioco con due giocatori e due scelte possibili per ciascuno è rappresentato da una tabella 2x2: I e II sono i due giocatori, mentre C e NC rappresentano le scelte ("Collaborare" o "Non Collaborare"). Dal momento che ciascun giocatore avrà degli incentivi che lo motivano a compiere una scelta, si potranno studiare le preferenze di ciascuno. Rappresentate sotto forma numerica, esse si denominano **Payoff** o **Guadagno**.
Ovviamente, ciascun giocatore sarà invogliato a scegliere la strategia che lo porta a un alto Payoff, ma dovrà tenere conto che il suo risultato sarà influenzato anche dalle scelte dell'altro giocatore.

TABELLA

Il gioco rappresentato nella tabella è il **Dilemma del Prigioniero**: si tratta di una matrice simmetrica i cui Payoff indurranno entrambi i giocatori a scegliere sempre NC (NC è la Strategia Dominante per entrambi).
Tuttavia, si nota subito come la combinazione $(NC;\ NC)$dia ad entrambi un Payoff inferiore rispetto a $(C;\ C)$: si può dire che questa situazione, che rappresenta un equilibrio, non sia Pareto-ottimale.
Un modo per indurre i giocatori a collaborare può essere, ad esempio, l'introduzione di sanzioni da parte di un'istituzione, che inducano alla collaborazione i due giocatori. In termini pratici, le sanzioni vanno a ridurre il Payoff derivante dalla scelta NC portando i soggetti a preferire C.

Nel Dilemma, la combinazione $(NC;\ NC)$ è un **Equilibrio di Nash**, ovvero un esito del gioco tale che ciascuno dei giocatori ottiene contemporaneamente il massimo Payoff, data la scelta degli altri giocatori.
Va ricordato che alcuni giochi possono non presentare un Equilibrio di Nash, mentre altri ne hanno più di uno. Inoltre, non sempre l'Equilibrio di Nash sarà una situazione ottima nel senso di Pareto.

TABELLE

La prima tabella rappresenta il "Gioco del Pollo", un particolare tipo di gioco in cui ci sono 2 Equilibri di Nash, collocati solla diagonale secondaria. Se un giocatore decide di collaborare, l'altro defezionerà approfittando di tale situazione, ma il primo riterrà conveniente continuare con la collaborazione.
Nel secondo gioco qui presentato, non ci sono Equilibri di Nash.

È possibile trovare gli Equilibri di Nash in un gioco anche tramite un metodo grafico, utilizzando le **Funzioni di Reazione** dei due soggetti. Ogni giocatore, infatti, ha una funzione di questo genere, che determina quale sia la sua scelta (risposta, reazione) ottima per ogni possibile scelta dell'altro.
Va ricordato sempre che le scelte sono simultanee, sono fatte dai due soggetti nello stesso momento, e richiedono dunque una pianificazione.

GRAFICO

Il grafico rappresenta le funzioni di reazione dei due soggetti che prendono parte al Dilemma del Prigioniero. Sugli assi si posizionano S_1 e S_2, ovvero le strategie dei due giocatori, mentre i simboli rappresentano le scelte ottime di ciascun giocatore in relazione alla scelta compiuta dall'altro. Si identifica un Equilibrio di Nash in corrispondenza delle combinazioni in cui si trovano entrambi i simboli.

5.3.2 Giochi Ripetuti

I giochi visti finora sono giochi non ripetuti (*one-shot*), ma esistono anche **giochi ripetuti** nel tempo, con un determinato numero di turni che si susseguono. In questi casi, risulta fondamentale la strategia, intesa come sequenza di mosse, che andrà pianificata fin dall'inizio del gioco per ogni possibile configurazione.
Ad esempio, si può pensare di ripetere il Dilemma del Prigioniero un numero infinito di volte (e non finito, perché in questo caso i giocatori ragionerebbero come se il gioco fosse singolo), cercando anche in questo caso un Equilibrio di Nash.
Non sapendo quando potrebbe arrivare la fine del gioco, una delle strategie possibili è la "colpo su colpo" (*tit for tat*):

indicando con S_i, $i = 1,2$ le strategie dei due giocatori, tale strategia si può esprimere come $\begin{cases} S_{i,1} = C \\ S_{i,t} = S_{j,(t-1)}, \; i \neq j = 1,2; t > 1 \end{cases}$. Questo significa che, nel primo turno di gioco, il giocatore sceglierà di Collaborare, mentre, in ciascuno dei turni successivi, giocherà quello che l'altro giocatore ha giocato nel turno precedente. Ne consegue che tutti i giocatori sceglieranno sempre l'opzione collaborativa: l'Equilibrio di Nash è $(C;\ C)$.
La collaborazione, dunque, è la scelta più conveniente nel caso in cui tra i due giocatori si devono instaurare rapporti di lungo periodo: sapendo di dover relazionarsi con un altro individuo per un periodo di tempo non determinato, un giocatore cercherà di collaborare per ottenere, nel lungo periodo, un payoff maggiore.

GRAFICO

I giochi ripetuti richiedono un ragionamento in relazione al valore futuro del payoff di ciascun giocatore: il payoff del giocatore i, indicato con g_i, verrà calcolato tenendo conto dell'interesse, come avviene per le somme di denaro. Si avrà quindi $g_t = g(1 + i)^t$, dove t indica il numero di periodi trascorsi.

Si potrà quindi trovare il **Valore Presente** (*Present Value*) pari a $PV = \frac{F^t}{(1+i)_t}$, dove F_t indica il guadagno futuro, dopo t periodi. Calcolando a partire dalla prima data, il guadagno di ciascun giocatore calerà, in quando espressione del PV.

GRAFICO

La strategia sul lungo periodo può anche subire delle modifiche: ad esempio, si consideri il caso un cui un giocatore II inizia a giocare la stessa scelta dell'altro (I) solo dopo un numero di periodi indicato con T.
Il giocatore I, dunque, giocherà la scelta NC, ottenendo il massimo payoff dal momento che II giocherà C: in questo caso, il guadagno sarà pari all'area in figura $A + B$.
Tuttavia, arrivati al periodo T, il giocatore II cambierà strategia e inizierà anch'egli a giocare NC: graficamente, ci si sposta su una curva di payoff più bassa e, da T in poi, il payoff sarà pari all'area D. Si avrà quindi un guadagno totale pari a $A + B + D$.

Si consideri ora un'altra possibilità, quella in cui il giocatore I decide fin dall'inizio del gioco di collaborare: in questo caso, si considera fin dall'inizio la seconda curva dei payoff e il payoff totale sarà pari a $B + D + F$.
Si può quindi osservare che, se $B + D + F > A + B + D$, ovvero se $F > A$, entrambi i giocatori avranno interesse a cooperare e la combinazione di scelte $(C;\ C)$ diventa autonomamente un Equilibrio di Nash.
La strategia "colpo su colpo", dunque, funziona come un **incentivo** a collaborare, ha lo stesso effetto di una sanzione che punisce le defezioni e spinge entrambi i giocatori verso la scelta C (a patto che la reazione dei giocatori sia rapida).
Inoltre, si può tenere conto anche graficamente del fatto che, se t aumenta, aumenterà anche l'area F, massimizzando l'effetto dell'incentivo. Anche il tasso di interesse i ha influenza in questa scelta: se è alto, l'area F si ridurrà, mentre A resterà invariata. Un tasso di interesse alto per un giocatore significa che il giocatore presta scarso interesse al futuro. Si può quindi ribadire che se si prevede di avere rapporti di lungo periodo con l'altro giocatore, conviene collaborare da subito.

5.4 L'Oligopolio

5.4.1 Oligopolio di Bertrand

Si ha un **Oligopolio di Bertrand** quando gli oligopolisti (in questo caso due, si ha un Duopolio) conoscono la Domanda e scelgono il prezzo del proprio prodotto simultaneamente, senza informazioni sulla scelta degli altri: il Duopolio di Bertrand viene chiamato anche "guerra di prezzo".

GRAFICO

In questo caso, si considerano due oligopolisti con uguali costi marginali (retta MC). Se uno dei due sceglie il prezzo P, l'altro avrà convenienza a scegliere un prezzo minore, in modo da conquistarsi tutto il mercato: prevarrà infatti soltanto l'impresa che riesce ad offrire il prodotto a un prezzo minore, mentre l'altra non riuscirà a vendere nulla; nel caso in cui i due prezzi siano uguali, le due imprese si spartiranno il mercato a metà.
L'obiettivo di ciascuna impresa sarà quindi quello di ridurre il prezzo di una quantità ε molto piccola rispetto al prezzo praticato dall'impresa concorrente: la reazione ottima a P è rappresentata da $P - \varepsilon$.
Questo significa che due prezzi diversi non potranno costituire un Equilibrio di Nash: serve un prezzo uguale per entrambi, che sia anche non abbassabile da nessuno dei due oligopolisti. Ne consegue che, in questo caso, l'unico Equilibrio di Nash si avrà in corrispondenza di $\boldsymbol{P = MC}$ per entrambe le imprese.

In questa situazione, si ottengono risultati simili alla situazione di concorrenza perfetta: la Quantità sarà la stessa e il risultato per i duopolisti in termini di Profitto sarà $\Pi = 0$.
Per aumentare un profitto altrimenti nullo, le due imprese saranno dunque incentivate ad accordarsi sul prezzo, per fissare un $P > MC$ che consenta ad entrambe di ottenere $\Pi > 0$: questo accade nella realtà, tramite accordi informali, nel caso in cui ci siano rapporti di lungo periodo tra le imprese, oppure nel caso in cui una delle due possa far valere sull'altra delle minacce di ripercussione (*trust*). In casi come questi, l'intera società subirà una perdita in termini di Surplus: per questo sono necessarie le iniziative antitrust, che vanno ad aumentare tanto il Surplus dei Consumatori che quello Sociale.

Nel caso Bertrand, non sempre si finisce con $\Pi = 0$ per entrambe le imprese: se c'è asimmetria di Costi Marginali, ovvero se $MC_1 < MC_2$, l'Equilibrio di Nash sarà dato da $P = C_2 - \varepsilon > C_1$ e soltanto l'impresa con Costi Marginali più bassi riuscirà a restare in attività e a conquistarsi tutto il mercato. Per vendere alle stesse condizioni di questa, l'impresa con costi più alti dovrebbe praticare un prezzo inferiore al suo Costo Marginale, ottenendo quindi delle perdite che aumentano all'aumentare della produzione.

GRAFICO

Ragionando sui prezzi, si possono individuare le **funzioni di Reazione** delle due imprese: fissati sugli assi i prezzi praticati dalle due imprese (P_1 e P_2), si avrà che la funzione di reazione della seconda impresa starà appena sotto alla bisettrice (ovvero dove $P_2 - \varepsilon < P_1$) e che, per la stessa ragione, la funzione di reazione della prima starà appena sopra. L'unica intersezione si avrà dove $P = MC_1 = MC_2$ (se c'è simmetrica di Costi Marginali).

5.4.2 Oligopolio di Cournot

Il caso di **Duopolio di Cournot** prevede che il due oligopolisti conoscano la Domanda, come in Bertrand, ma che facciano scelte riguardanti la quantità da produrre.

GRAFICO

Considerando una situazione di simmetria di Costi Marginali, ci si trova in una situazione in cui, se uno dei due produttori decide di non produrre nulla, l'altro produrrà una quantità pari a quella di Monopolio. Ad esempio, nel grafico è segnato il punto in cui $Q_2 = 0$ e l'impresa 1 è monopolista: si avrà dunque $Q_1 = Q_M$.

Se invece $Q_2 > 0$, se l'impresa 1 decide di non produrre nulla, si fisserà un $P(Q_2)$: è come se, per l'impresa 1, la Curva di Domanda D partisse dall'altezza $P(Q_2)$, che sarà quindi la nuova intercetta verticale. Il risultato sarà, dal punto di vista dell'impresa 1, un abbassamento della Curva di Domanda, da D a D'.

GRAFICO

Quindi, ne consegue che un aumento di Q_2 porterà a una riduzione di Q_1: per l'impresa 1 è conveniente ridurre la quantità, per aumentare i propri profitti (e non perché la quantità di Monopolio resta invariata). Pertanto, la funzione di reazione dell'impresa 1 sarà decrescente.

GRAFICO

Ponendo sui due assi le quantità scelte dalle due imprese, si nota che le due Funzioni di Reazione sono simmetriche rispetto alla bisettrice del quadrante. L'<u>Equilibrio di Nash</u> si troverà nel punto in cui le due funzioni si intersecano. Le quantità di Monopolio rappresentano invece le situazioni estreme delle funzioni di reazione: quando un'impresa non produce, l'altra produrrà Q_M.

Congiungendo il valore di Q_M dell'asse orizzontale con quello dell'asse verticale si individuerà un segmento: tale segmento è costituito da tutte le combinazioni di quantità scelte dai due produttori che, sommate, danno la quantità di monopolio.

L'intersezione tra tale segmento e la bisettrice individuerà su entrambi gli assi una quantità pari a $\frac{Q^M}{2}$: questo valore rappresenta il risultato di un accordo tra i duopolisti, volto ad ottenere un Profitto positivo per entrambi; in questa situazione, tuttavia, entrambi avranno un incentivo a defezionare dall'accordo, prospettiva che permetterebbe loro di acquisire una posizione di monopolio.

Nell'Equilibrio di Nash, al contrario, il Profitto sarà basso per entrambi i produttori, ma non ci sarà alcun incentivo a defezionare.

GRAFICO

Nel caso dell'Oligopolio di Cournot, la quantità totale del prodotto, indicata con Q_C, sarà superiore alla Q_M tipica di una situazione di Monopolio: ne consegue che i produttori otterranno un Profitto più basso, ma il Surplus dei Consumatori aumenterà, come anche il Surplus Sociale.

È possibile studiare anche l'<u>espressione aritmetica</u> dell'Oligopolio di Cournot.

Data la Domanda $P = a - bQ$, si può esprimere $Q = Q_1 + Q_2$, ovvero la quantità offerta dalle due imprese. Per ciascuna impresa, inoltre, si ha $TC_i = c \cdot Q_i$, dove c è il Costo Marginale uguale per entrambe le imprese.

I Profitti, dunque, saranno pari a $\Pi_1 = P \cdot Q_1 - c \cdot Q_1 = [a - b(Q_1 + Q_2)] \cdot Q_1 - c \cdot Q_1$; analogamente si può procedere per ricavare Π_2. Svolgendo, si otterrà $\Pi_1 = aQ_1 - bQ_1^2 - bQ_1Q_2 - cQ_1$: il Profitto di un'impresa, in questo caso della prima, dipenderà anche dalla quantità prodotta dall'altra impresa.

Lo scopo dell'impresa 1 sarà, ovviamente, la massimizzazione dei suoi Profitti, trovando la $Q_1{}^*$. Si dovrà quindi porre la derivata della funzione di Profitto uguale a 0, per trovarne il punto di massimo: $\mathbf{max}_{\boldsymbol{Q_1}} \boldsymbol{\Pi} : a - 2bQ_1 - bQ_2 - c = 0 =>$

$2bQ_1 = a - bQ_2 - c \;=>\; \boldsymbol{Q_1^*(Q_2) = \frac{a-c}{b} - \frac{1}{2}Q_2}$. Questa formulazione corrisponde alla **Funzione di Reazione**

dell'impresa 1, ovvero R_1, e simmetricamente si potrà trovare R_2: $\boldsymbol{Q_2^*(Q_1) = \frac{a-c}{b} - \frac{1}{2}Q_1}$.

Dalle Funzioni di Reazione si nota come un aumento di una delle quantità porti l'altra a diminuire.

L'intercetta di entrambe le Funzioni, $\frac{a-c}{b}$, è la quantità di Monopolio Q_M.

L'Equilibrio di Nash si troverà dove le due Funzioni si intersecano: $\begin{cases} Q_1^*(Q_2) = \frac{a-c}{b} - \frac{1}{2}Q_2 \\ Q_2^*(Q_1) = \frac{a-c}{b} - \frac{1}{2}Q_1 \end{cases}$.

Svolgendo la prima Funzione, si troverà $Q_1 = \frac{a-c}{b} - \frac{1}{2}Q_2 = \frac{a-c}{b} - \frac{1}{2}\left[\frac{a-c}{b} - \frac{1}{2}Q_1\right] = \frac{a-c}{b} - \frac{1}{2}\frac{a-c}{b} + \frac{1}{4}Q_1 \Rightarrow \frac{1}{4}\frac{a-c}{b} = \frac{3}{4}Q_1$.

Quindi, $\boldsymbol{Q_1 = \frac{1}{3}\frac{a-c}{b}}$.

Analogamente, si troverà $\boldsymbol{Q_2 = Q_1 = \frac{1}{3}\frac{a-c}{b}}$.

Pertanto, $\boldsymbol{Q_C} = Q_1 + Q_2 = \boldsymbol{\frac{2}{3}\frac{a-c}{b}}$, quantità in corrispondenza dell'Equilibrio di Nash, sarà maggiore rispetto alla quantità di Monopolio: $Q_C = \frac{2}{3}\frac{a-c}{b} > Q_M = \frac{1}{2}\frac{a-c}{b}$.

Volendo riassumere e confrontare la condizione di Monopolio con quella di Oligopolio di Cournot, si osserverà:

- Monopolio
  - $P = a - bQ; \Pi_M = PQ - cQ = (a - bQ)Q - cQ = aQ - bQ^2 - cQ$.
  - $\max_Q \Pi : a - 2bQ - c = 0 \Rightarrow \boldsymbol{Q_M = \frac{a-c}{2b}}$.
  - $P_M = a - b\left(\frac{a-c}{2b}\right) = a - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c \Rightarrow \boldsymbol{P_M = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}c}$, media ponderata con pesi uguali a $\frac{1}{2}$.
  - $\Pi_M = P_M Q_M - cQ_M = \left(\frac{a+c}{2}\right)\left(\frac{a-c}{2b}\right) - c\left(\frac{a-c}{2b}\right) = \left(\frac{a+c}{2} - c\right)\left(\frac{a-c}{2b}\right) = \frac{a+c-2c}{2}\frac{a-c}{2b} \Rightarrow \boldsymbol{\Pi_M = \frac{(a-c)^2}{4b}}$.

- Oligopolio di Cournot
  - $Q_1 + Q_2 = \boldsymbol{Q_C = \frac{2}{3}\frac{a-c}{b}} > Q_M$.
  - $P_C = a - bQ_C = a - b\,\frac{2}{3}\frac{a-c}{b} = a - \frac{2}{3}(a - c) \Rightarrow \boldsymbol{P_C = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c}$, media ponderata con pesi $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$: si avrà $\boldsymbol{P_C < P_M}$ perché è maggiore il peso di c, ovvero dell'elemento con valore più basso.
  - $\Pi_1 = P_C Q_1 - cQ_1 = \frac{a+2c}{3} \cdot \frac{1}{3}\frac{a-c}{b} - c \cdot \frac{1}{3}\frac{a-c}{b} = \frac{1}{3}\frac{a-c}{b}\left(\frac{a+2c}{3} - c\right) = \frac{a+2c-3c}{3} \cdot \frac{1}{3}\frac{a-c}{b} = \frac{a-c}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a-c}{b} \Rightarrow \boldsymbol{\Pi_1 = \frac{1}{9}\frac{(a-c)^2}{b} = \Pi_2}$. Quindi, $\boldsymbol{\Pi_C} = \frac{2}{9}\frac{(a-c)^2}{b} < \boldsymbol{\Pi_M}$: il Profitto totale è minore in Cournot rispetto al caso di Monopolio, ovvero minore rispetto al caso in cui i due duopolisti si accordino.

    Infatti, in presenza di un accordo, i Profitti aumentano ma c'è incentivo alla defezione; tale defezione potrà essere disincentivata con sanzioni, accordi, ecc. Infine, l'innovazione può favorire i consumatori, perché induce le due imprese a competere e non ad accordarsi.

GRAFICO

Tracciando di nuovo il grafico che rappresenta l'Oligopolio di Cournot e puntando l'attenzione sul segmento che unisce le due quantità di Monopolio, si nota che l'intersezione tra tale segmento e la bisettrice identifica su entrambi gli assi la quantità $\frac{a-c}{4b}$: si tratta della metà della quantità di Monopolio, ovvero della quantità che ciascuno produce in caso di accordo tra i due produttori. La defezione da tale accordo consisterà nello spostarsi verso la quantità di Equilibrio di Nash, ovvero $\frac{1}{3}\frac{a-c}{b}$.

GRAFICO

Dal punto di vista dell'intero mercato, si avrà, per la Quantità, $Q_M = \frac{a-c}{2b} < Q_C = \frac{2}{3}\frac{a-c}{b}$, mentre, per quanto riguarda il Prezzo, $P_M = \frac{a+c}{2} > P_C = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c$.

Per quanto riguarda invece il Profitto, $\Pi_C < \Pi_M$; tuttavia, l'oligopolio di Cournot presenterà una minore perdita secca di Surplus Sociale, quindi $S_{SC} > S_{SM}$.

Nel grafico, Q_E rappresenta la Quantità efficiente, che si trova nei casi di Concorrenza Perfetta o di Bertrand con simmetria di Costi Marginali: qui si avrà $P = MC$ e $Q = \frac{a-c}{b} = 2Q_M$, mentre il Profitto sarà nullo e il Surplus Sociale equivale a quello dei consumatori.

Nei casi visti finora, si è supposta l'esistenza di un Oligopolio di Cournot con simmetria di costi marginali. Ora, si considererà il caso in cui $MC_1 \neq MC_2$.

La Quantità ottima per i due produttori sarà uguale: $Q_1 = \frac{1}{3}\frac{a-c}{b} = Q_2$. Quello che cambia tra le due imprese è il fattore dei costi marginali c: ad esempio, supponendo di avere $c_1 < c_2$, si avrà che $Q_1 = \frac{1}{3}\frac{a-c_1}{b} > Q_2 = \frac{1}{3}\frac{a-c_2}{b}$. Non c'è più una situazione di simmetrica, ma <u>chi ha costi marginali minori produce di più</u>.

Va però ricordato che <u>chi ha costi marginali maggiori non viene escluso dal mercato</u> come avveniva in Bertrand, ma si limita a produrre di meno.

GRAFICO

Esaminando le funzioni di reazione dei due produttori, si note che le due intercette $\frac{a-c}{2b}$ (ovvero le quantità di monopolio) aumenteranno al diminuire dei costi.

Se i due costi marginali non sono uguali, varieranno soltanto le intercette ma non le inclinazioni delle rette: si identificherà quindi un Equilibrio di Nash spostato a favore del produttore che ha il vantaggio di costo.

5.4.3 Oligopolio di Stackelberg

L'**Oligopolio di Stackelberg** è il terzo tipo di interazione oligopolistica, caratterizzato dalla distinzione tra i momenti di scelta della Quantità da produrre: si avrà quindi un'impresa I che sceglie per prima (leader) e un'impresa II che sceglie soltanto in seguito (*follower*).

Si potrebbe quindi pensare che il *follower* abbia un vantaggio di informazione per effettuare la propria scelta; in realtà, il *leader* ne è consapevole e ne terrà conto per cercare di acquisire comunque una posizione di vantaggio.

Il comportamento del *follower* coinciderà con la R_2 del caso di Cournot, dal momento che si effettuerà una scelta riguardo alla Quantità; il *leader*, a sua volta, cercherà di anticipare tale scelta scegliendo il proprio $\max \Pi$.

In tale situazione, il *leader* può intuire che la reazione alla Cournot del *follower* sarà $Q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}Q_1$, ovvero la scelta che massimizza il Profitto di II.

Resosi conto di questo, il *leader* potrà scegliere Q_1: nel caso in cui il *follower* faccia la scelta prevista, si avrà una Quantità totale pari a $Q = Q_1 + Q_2 = Q_1 + \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}Q_1 = \frac{a-c}{2b} + \frac{1}{2}Q_1$.

Il Prezzo, dunque, sarà pari a $P = a - bQ = a - b\left(\frac{a-c}{2b} + \frac{1}{2}Q_1\right) = a - \frac{a-c}{2} + \frac{1}{2}bQ_1 = \frac{2a-a+c}{2} - \frac{b}{2}Q_1 = \frac{a+c}{2} - \frac{b}{2}Q_1$, che corrisponde al prezzo per una qualsiasi Q_1 supponendo che il *follower* reagisca alla Cournot.

L'impresa *leader* avrà un profitto pari a $\Pi_1 = PQ_1 - cQ_1 = \left(\frac{a+c}{2} - \frac{b}{2}Q_1\right)Q_1 - cQ_1 = \frac{a+c}{2}Q_1 - \frac{b}{2}Q_1^2 - cQ_1$.

Tale Profitto sarà massimizzato quando $\frac{a+c}{2} - bQ_1 - c = 0 => bQ_1 = \frac{a+c-2c}{2} => \boldsymbol{Q_1 = \frac{a-c}{2b} = Q_M}$ sarà la quantità scelta dal *leader* per massimizzare i suoi Profitti, e corrisponde alla Quantità di Monopolio.

Tornando all'inizio, sarà possibile trovare la Quantità totale di Stackelberg: dal momento che $Q_1 = \frac{a-c}{2b} = Q_M$ e che $Q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}\frac{a-c}{2b} = \frac{1}{2}\frac{a-c}{2b} = \frac{1}{2}Q_M$, si avrà $\boldsymbol{Q_S = Q_1 + Q_2 = \frac{3}{2}Q_M = \frac{3}{4}\frac{a-c}{b}}$.

Si nota quindi che $Q_S > Q_C > Q_M$: $\frac{3}{4}\frac{a-c}{b} > \frac{2}{3}\frac{a-c}{b} > \frac{a-c}{2b}$.

Inoltre, rispetto a Q_C, si avrà che i Profitti in Stackelberg sono minori, mentre aumentano il Surplus dei Consumatori e quello Sociale.

Per quanto riguarda il Prezzo, si avrà, al contrario, $\boldsymbol{P_S} = a - bQ_S = a - b \cdot \frac{3}{4}\frac{a-c}{b} = a - \frac{3}{4}a + \frac{3}{4}c = \boldsymbol{\frac{a+3c}{4} = \frac{1}{4}a + \frac{3}{4}c}$. Dal momento che il fattore a ha un peso sempre minore rispetto agli altri oligopoli, si avrà $P_S < P_C < P_M$.

5.4.4 Concorrenza Imperfetta e Inefficienza

A parte il caso di Bertrand simmetrico, si è notato come la concorrenza imperfetta generi inefficienza per l'intera società: ogni impresa, infatti, venderà a un Prezzo maggiore dei suoi Costi Marginali.

Per questo motivo, potrebbe essere utile un intervento di politica economica per far entrare più concorrenti, oppure per punire la collusione tra gli oligopolisti. Tuttavia, questi interventi possono anche causare freni all'innovazione, pur aumentando il Surplus Sociale: chi detiene brevetti potrebbe infatti essere incentivato ad accumularli senza usarli, per non dover pagare delle pesanti licenze, frenando così la spinta innovativa. Inoltre, un incentivo alla concorrenza potrà essere inutile nei settori con infrastrutture fisse importanti, per la presenza di notevoli barriere all'entrata.

6. Esternalità e Beni Pubblici

6.1 Concetti Fondamentali

6.1.1 Esternalità, Costi e Benefici

GRAFICO

La concorrenza imperfetta esaminata nel capitolo precedente non è l'unica fonte di inefficienza: si consideri un mercato in regime di concorrenza perfetta, con le Curve S e D interpretabili come MC e MB. Tali curve si potranno identificare anche come SMC e SMB, ovvero Costi e Benefici Marginali Sociali, ovvero relativi a tutto il mercato.
Finora, si è sempre considerato che soltanto i produttori sopportano dei costi, mentre i consumatori spingono la Domanda al limite delle propria disponibilità (ovvero, solo loro ottengono dei benefici). Nel caso delle **Esternalità**, invece, un'attività economica causa Benefici o Costi a soggetti esterni al mercato.

Si definisce quindi un'Esternalità un effetto su terzi che non passa attraverso i prezzi e i mercati; deve esserci una causa "fisica" per la creazione di Esternalità: ad esempio, un eccesso di Domanda che causa un aumento dei Prezzi influenzando la Domanda di altri beni e altri mercati non è un'Esternalità.

Una caratteristica da tenere a mente parlando delle Esternalità consiste nel fatto che un'attività economica genera **Costi Privati** e **Costi Sociali**: le Esternalità cambiano i Costi Sociali, ma non influiscono sui Costi Privati.
Senza Esternalità, si avrà $SMC = PMC$ e $SMB = PMB$, mentre tutti questi valori coincidono con le Curve di S e D. Con Esternalità, invece, le Curve di Offerta e Domanda coincidono solamente con PMC e PMB.

Le Esternalità possono essere distinte tra **Esternalità Negative**, che generano Costi esterni, ed **Esternalità Positive**, che generano Benefici esterni (ma generano comunque inefficienze).
Considerando che un'Esternalità può essere prodotta dai produttori o dai consumatori, si potranno trovare 4 tipologie:

- Un'impresa può generare Costi sociali, ad esempio inquinando durante i suoi processi produttivi;
- Un consumatore può generare Costi sociali, ad esempio tramite l'inquinamento prodotto dalla benzina;
- Un'impresa può generare Benefici sociali, per esempio introducendo innovazioni senza brevetto, oppure depurando l'ambiente svolgendo i suoi processi produttivi;
- Un consumatore può generare Benefici sociali, ad esempio abbellendo aree pubbliche sopportando dei costi.

6.2 Tipologie di Esternalità

6.2.1 Esternalità Negative del Produttore

Supponendo di essere in Concorrenza Perfetta, il Prezzo sarà un parametro fisso, non deciso dall'impresa, tale che $P = MR$. L'impresa, dunque, sarà *price-taker* e soddisferà una componente infinitesima della domanda di mercato, generando quindi un Surplus del Consumatore piccolo e trascurabile.

GRAFICO

L'impresa, dunque, avrà un suo TR e un PTC, ovvero Ricavo Totale e Costo Totale Privato, da cui si ricaverà un PMC; supponendo di avere, come nel grafico, un PMC lineare, ci sarà un PTC convesso.
La Quantità di Equilibrio di Mercato Q^* si troverà, come sempre, nel punto in cui $MR = PMC$.

Supponendo che l'impresa produca **Esternalità Negative** (come l'inquinamento), si crea un danno interno che aumenta i Costi sociali. Il danno sarà lineare rispetto alla quantità, e sarà pari a $D = dQ$, con d che corrisponde al danno per un'unità di prodotto.
A questo punto, l'intero Costo Sociale sarà aumentato, tenendo conto del Danno: $STC = PTC + D$; da questo deriverà che $SMC = PMC + d$, pertanto d sarà la distanza verticale tra le Curve di SMC e PMC.
Il MR sarà equivalente al Prezzo e, per i consumatori, sarà uguale al SMB; il Surplus Sociale, invece, sarà massimo dove $SMC = SMB$, ovvero in corrispondenza della Quantità Efficiente Q_E. **GRAFICO**

È possibile esaminare gli effetti prodotti a livello del Danno e del Surplus in base alla Quantità scelta. Se il produttore riesce a produrre la Quantità da lui privatamente desiderata, ovvero Q^*, si avrà:

- $PS_P = A + B + F$
- $D = B + E + F$ (Surplus negativo)
- $S_S = A + B + F - (B + E + F) = A - E$

Nel caso in cui la Quantità prodotta sia invece quella efficiente, Q_E, si avrà:

- $PS_P = A + B$
- $D = B$ (Surplus negativo)
- $S_S = A + B - B = A > A - E$

In questo caso di Esternalità negativa, dunque, chi decide privatamente la Quantità sceglierà un livello di output maggiore della Q_E, sottostimando l'effetto dell'Esternalità: otterrà così un Surplus privato maggiore, riducendo però il Surplus Sociale.
N.B.: La Q_E non consiste nella Quantità che azzera il Danno, ma fa sì che il Surplus del Produttore sia maggiore del danno, rendendo conveniente produrre: in questo modo, si otterrà un Surplus Sociale maggiore.

6.2.2 Esternalità Positiva del Produttore

GRAFICO

Durante il suo processo produttivo, un'impresa potrà anche svolgere delle attività che creano Benefici esterni: ad esempio, uno stabilimento chimico potrà depurare l'acqua di un fiume per servirsene, ma così genererà un vantaggio anche per gli agricoltori che potranno usufruire di acqua pulita.
Graficamente, un'Esternalità positiva si rappresenta come uno spostamento verso il basso della retta del SMC; anche in questo caso, il punto in cui $PMC = MR$ identifica la quantità Q^*, mentre il punto in cui $SMC = MR = SMB$ definirà la quantità efficiente Q_E. La differenza rispetto alla situazione di Esternalità negativa si ha nel fatto che, in questo caso, $Q_E > Q^*$: se si lascia scegliere privatamente la quantità ai produttori, questi produrranno meno della Quantità efficiente. Per quanto riguarda il Surplus, si avrà che $S_S(Q^*) = A + B$, mentre $S_S(Q_E) = PS_S + SS_S = (A - E) + (B + E + F) = A + B + F > A + B$. Come prima, dunque, $S_S(Q_E) > S_S(Q^*)$.

6.2.3 Esternalità del Produttore: Effetti sull'Intero Mercato

Studiando l'intero mercato e non solo l'attività di una singola impresa, si traccerà sul grafico una Curva di Domanda di Mercato S fondata sull'uguaglianza $P = PMC$.

GRAFICO

<u>N.B.:</u> In questo caso si esamina un esempio di Esternalità negativa, ma lo stesso ragionamento, in modo simmetrico, vale per l'Esternalità positiva.
Nel caso raffigurato, si ha un'Esternalità negativa prodotta dalle imprese (quindi $SMC > PMC$), mentre i consumatori non generano alcuna Esternalità (quindi $PMB = SMB$). Si avrà pertanto che $Q_{EQ} > Q_{EF}$.

In corrispondenza della Quantità di Mercato Q_{EQ}, si troverà un Prezzo ottimo di mercato P^*; in Q_{EF}, invece, il Prezzo sarà più alto e sarà uguale a $\bar{P}$, non modificabile.

Analizzando le situazioni in base al Surplus, si avrà che, per Q_{EQ}:

- $S_P = A + B + C$
- $S_C = D + E + F + G$
- $S_D = D = B + G + F + C + H$, "Surplus dei Danneggiati", ovvero il Danno, quindi Surplus negativo.
- $S_S(Q_{EQ}) = A + B + C + D + E + F + G - (B + C + F + G + H) = A + D + E - H.$

In corrispondenza della Quantità efficiente Q_{EF}, invece:

- $S_P = A + B + E + G$
- $S_C = D$
- $S_D = D = B + G$, "Surplus dei Danneggiati", ovvero il Danno, quindi Surplus negativo.
- $S_S(Q_{EF}) = A + B + E + G + D - (B + G) = A + D + E > A + D + E - H = S_S(Q_{EQ})$.

L'ideale, dal punto di vista della società, sarà quindi la produzione di Q_{EF}, Quantità per la quale la perdita sarà suddivisa tra i produttori e i consumatori. Saranno i consumatori a subire la maggior parte del danno, ma il minor danno subito dalla società intera più che compensa questo calo di Surplus.
Dal punto di vista dei produttori, invece, il Prezzo $\bar{P} > P^*$ rappresenta il fattore che aumenta il Surplus.

6.2.4 Esternalità dei Consumatori

Il ragionamento sulle Esternalità prodotte dai consumatori sarà simile a quello sulle Esternalità dei produttori, con la differenza che si noteranno delle modifiche alla Curva del Beneficio Marginale: si avrà infatti un PMB che corrisponderà alla Curva di Domanda D, diverso dal SMB che risente degli effetti dell'Esternalità. Per quanto riguarda la Curva di Offerta S, invece, essa resterà costante e si avrà che $PMC = SMC.$

GRAFICI

Nel primo caso, si vede un'**Esternalità negativa** prodotta dal consumatore: il Beneficio sociale si riduce, e verrà quindi espresso con una retta più bassa rispetto al Beneficio privato; i Costi, invece, resteranno costanti. Come nei casi visti prima, si troveranno due diverse Quantità, Q_{EQ} e Q_{EF}, tali che $Q_{EF} < Q_{EQ}$ e che $S_S(Q_{EF}) > S_S(Q_{EQ})$.

Nel secondo caso, i consumatori generano un'**Esternalità positiva** che spinge il Beneficio sociale verso l'alto. Questa volta si avrà $Q_{EF} > Q_{EQ}$, ma sempre $S_S(Q_{EF}) > S_S(Q_{EQ})$.

6.3 Rimedi alle Esternalità

Generalmente, si identificano tre categorie di rimedi alle Esternalità: un intervento pubblico correttivo, la congiunzione tra l'attività del danneggiante e quella del danneggiato e l'uso di tecnologie.

6.3.1 Intervento Pubblico Correttivo

Un soggetto che provoca danni tramite un'Esternalità non se ne rende conto, dal momento che non subisce direttamente tali danni: per rimediare, si dovrà internalizzare l'Esternalità, ovvero far ricadere su di lui il peso del danno.

GRAFICO

L'economista Pigou suggerisce un rimedio attraverso l'intervento statale, sotto forma di un'**Imposta Indiretta (Pigouviana)** sull'attività di produzione. Tale imposta sarà pari a una cifra fissa per ogni unità di prodotto e farà aumentare il PMC dell'impresa, inducendola a produrre la Q_{EF}.

Il valore ottimo per la tassa sarà $t = d = MD$ (danno marginale), in modo che $PMC = SMC$ e $Q^* = Q_{EF}$.

L'obiettivo non è l'azzeramento del danno, che si potrebbe ottenere soltanto in assenza di produzione, ma la coincidenza tra la Quantità efficiente e quella di mercato, scelta dall'impresa.

Dal punto di vista del Surplus, si avrà che, prima della tassa, $S_P = A + B$, mentre $D = B$, pertanto $S_S = A$.

Dopo la tassa, invece, $S_P = A$, $S_{STATO} = B$ (proventi della tassa), non c'è più un Danno, quindi si avrà $S_S = A + B$: l'introduzione dell'imposta pigouviana aumenta il Surplus Sociale.

Il pagamento della tassa genera un Surplus a favore dello Stato, che andrà a riscuoterla. Lo Stato potrà a questo punto decidere di utilizzare questo Surplus per risarcire il danno a chi l'ha subito: in questo caso, si attuerebbe una redistribuzione delle risorse provenienti dalla tassa, quindi S_S non subirebbe cambiamenti. Questa azione da parte dello Stato, tuttavia, non è essenziale: l'importante è l'introduzione della tassa $t = d$.

L'imposta pigouviana è molto diffusa nel mondo: ci sono diversi esempi di imposte motivate da necessità di questo tipo.

GRAFICO

In questo caso, si considera un MD crescente e lineare, non più costante: questo significa che le rette di SMC e PMC non saranno più parallele, ma si distanzieranno sempre di più all'aumentare della Quantità. Come sempre, si potranno identificare le Quantità Q^* e Q_E.

Una delle caratteristiche dell'imposta pigouviana è il suo valore costante per ogni unità di output: per indurre l'impresa a produrre la Quantità efficiente si dovrà quindi trovare un valore costante adeguato, che non potrà più tener conto di un parametro fisso relativo al danno. Occorre quindi che la retta $PMC + t$ passi per il punto $Q = Q_{EF}$: si dovrà quindi porre $\boldsymbol{t = MD(Q_{EF})}$.

GRAFICO